

III-108 不規則関数論を用いた斜面の信頼性解析

鳥取大学大学院 学生員 ○内田 徹
鳥取大学工学部 正会員 白木 渡
鳥取大学工学部 正会員 高岡 宣善

1. はじめに 従来、斜面の信頼性解析においては、対象斜面内における最小安全率を持つすべり面についてその破壊確率を決定し、これを対象斜面の破壊確率としている。さらにこの破壊確率の算定に際しては、確率量として取り扱う土質特性の確率特性値のうち、期待値と分散のみを解析に取り入れ、重要な確率特性の1つである相関性を考慮していない。したがって、このような解析手法による信頼性の評価は、危険側の評価となるおそれがある。そこで、本研究においては、対象斜面を、その内部に無数の潜在すべり面を有する1つの系としてとらえ、さらに、確率量として取り扱う土のせん断強度の確率特性値として、従来用いられている期待値、分散に加え相関性をも考慮し、不規則関数の相関理論を用い斜面の破壊確率を評価する。また、土のせん断強度をモール・クーロンの破壊基準式によって規定し、間隙水圧の変動性をも解析に取り入れることを試みる。

2. 斜面の破壊確率 図-1に示す斜面において、すべり面を中心座標 (x_0, y_0) 、および半径 r_0 で規定される円弧としすべり面に沿って働くせん断抵抗力 $S(x, y)$ による抵抗モーメントを $R(t)$ 、すべり面上の土塊のすべりモーメントを $M(t)$ とする。ここでベクトル t は $t = (t_1, t_2, t_3) = (x_0, y_0, t_0)$ である。 $R(t)$ はモール・クーロンの破壊基準式で与えられるせん断強度 $S(x, y)$ により、全応力解析に対しては

$$\begin{aligned} R(t) &= r_0 \int_a^b S(x, y) dl = r_0^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} S'(\theta) d\theta \\ &= r_0^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} [C(\theta) + \sigma(\theta) \tan \phi(\theta)] d\theta \quad (1) \end{aligned}$$

有効応力解析に対しては

$$R(t) = r_0 \int_a^b S'(x, y) dl = r_0^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} S'(\theta) d\theta = r_0^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} [C(\theta) + \{\sigma(\theta) - u(\theta)\} \tan \phi(\theta)] d\theta \quad (2)$$

ここに u は間隙水圧で $u(\theta) = \alpha \gamma_w h'(\theta)$ (α : 間隙水圧の変動性を表わす無次元量, γ_w : 水の単位体積重量), C , ϕ は、それぞれ、土の粘着力と内部摩擦角で確率量と考える。 σ は直応力で確定量とする。また、 $M(t)$ は、土塊の自重のみに起因すると考えれば、土の単位体積重量 γ (確定量)を用いて次式で与えられる。

$$M(t) = \int \gamma r' dw \quad (3)$$

斜面の破壊確率 P_f は、 $R(t)$, $M(t)$ により次式で与えられる。

$$P_f = P[\gamma(t) > \xi(t)], \quad \gamma(t) = E[R(t)] - R(t), \quad \xi(t) = E[R(t)] - M(t) \quad (4)$$

事象 $[\gamma > \xi]$ をポアソン事象とし、さらに、 γ によるレベル ξ の超過回数 N_ξ を、レベル ξ 以上における γ の極大値の個数 M_ξ で近似すれば、レベル・クロスの手法により破壊確率 P_f は次式で与えられる。

$$P_f = P[N_\xi \geq 1] \simeq P[M_\xi \geq 1] = 1 - \exp(-E[M_\xi]) \simeq E[M_\xi] \quad (5)$$

(したがって、不規則関数 $\gamma(t)$ を正規定常とすれば、A. M. Hasoferによる $E[M_\xi]$ の近似式より P_f は最終的に

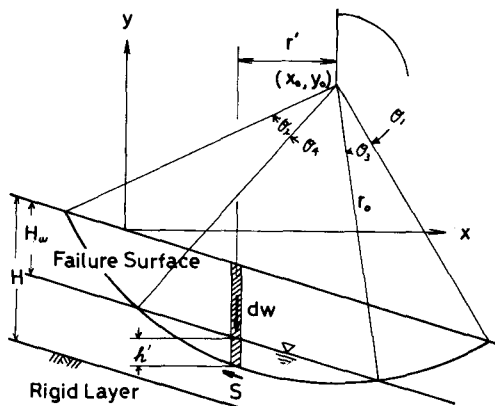


図-1

$$P_f = E[M_3] = \frac{|A|^{1/2}}{(2\pi)^2 D_\psi^{1/2}} \iint_{V_0} \left(\frac{(E[R]-M)^2}{D_\psi} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(E[R]-M)^2}{D_\psi} \right] \right) d\alpha d\beta dt \quad (6)$$

上式中、 A は $\psi(t)$ の1次偏導関数の相関マトリックス、 D_ψ は $\psi(t)$ の分散、 V_0 は $\psi(t)$ の積分領域である。
なお、本研究においては、 $\psi(t)$ の相関関数 $K_\psi(t', t'')$ を次式で表わす。すなわち

Case-1. 全能力解析の場合 ($H_w = H$).

$$K_\psi(t', t'') = (t_0' t_0'')^2 \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} \int_{\theta_1''}^{\theta_2''} \left[K_C(\theta', \theta'') + \{\delta'(\theta') + \delta'(\theta'')\} K_{ctan\phi}(\theta', \theta'') + \delta'(\theta') \delta'(\theta'') K_{tan\phi}(\theta', \theta'') \right] d\theta' d\theta'' \quad (7)$$

Case-2. 有効能力解析で間隙水圧を確定量とする場合.

$$K_\psi(t', t'') = (t_0' t_0'')^2 \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} \int_{\theta_1''}^{\theta_2''} \left[K_C(\theta', \theta'') + \{\delta'(\theta') + \delta'(\theta'')\} K_{ctan\phi}(\theta', \theta'') + \delta'(\theta') \delta'(\theta'') K_{tan\phi}(\theta', \theta'') \right] d\theta' d\theta'' \quad (8)$$

Case-3. 有効能力解析で間隙水圧を確率量とする場合.

$$K_\psi(t', t'') = (t_0' t_0'')^2 \int_{\theta_1'}^{\theta_2'} \int_{\theta_1''}^{\theta_2''} \left[K_C(\theta', \theta'') + \{\delta'(\theta') + \delta'(\theta'')\} K_{ctan\phi}(\theta', \theta'') + \delta'(\theta') \delta'(\theta'') K_{tan\phi}(\theta', \theta'') \right. \\ \left. + K_u(\theta', \theta'') K_{tan\phi}(\theta', \theta'') + E[u(\theta')] E[u(\theta'')] K_{tan\phi}(\theta', \theta'') + E[tan\phi(\theta')] E[tan\phi(\theta'')] K_u(\theta', \theta'') \right] d\theta' d\theta'' \quad (9)$$

上式中、 $\delta'(\theta) = \delta(\theta) - u(\theta)$ であり、相関関数 K_C , $K_{tan\phi}$, K_u , $K_{ctan\phi}$ は、それぞれ、次式で与える。

$$\left. \begin{aligned} K_i(\theta', \theta'') &= D_i \exp \left(-\frac{d_x^2}{\delta_{xi}^2} - \frac{d_y^2}{\delta_{yi}^2} \right) \quad i = C, tan\phi, u \\ K_{ctan\phi}(\theta', \theta'') &= \rho_{ctan\phi} \sqrt{D_C D_{tan\phi}} \exp \left(-\frac{d_x^2}{\delta_{xctan\phi}^2} - \frac{d_y^2}{\delta_{yctan\phi}^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここで、 D_i は分散、 d_x, d_y は2点間の距離の x, y 方向成分、 δ_{xi}, δ_{yi} は x, y 方向の相関距離、 $\rho_{ctan\phi}$ は同一地点での C と $tan\phi$ の相互相関係数で定数とする。さらに、 ψ の1次偏導関数の相関関数は $\psi_{i,j} = \partial\psi(t)/\partial t_{ij}$ とすれば、

$$K_{\psi_{i,j}}(t, t) = \frac{\partial^2}{\partial t_{ij} \partial t_{ij}} K_\psi(t, t') \Big|_{t=t'=t} \quad (11)$$

で与えられ、 D_ψ はそれぞれ、式(7)～式(9)において $t=t'=t$ とすれば求まる。実際には、 $D_\psi = D_\psi(t) \neq \text{const.}$ であり、 ψ は非定常であるが、解析においては、最小安全率を与える点 t_c の周辺では定常と仮定する。

3. 数値計算および考察. 数値計算に際しては、土の特性値を、 $E[C] = 1.4 \text{ t/m}^2$, $E[tan\phi] = 0.6$, $\gamma = 1.6 \text{ t/m}^3$ とし、各ケースに対して計算を行なった。表-1にはCase-1に対する計算結果の一部を、変動係数 V_i ($V_i = (D_i/E[i])^2$)、相関距離 δ の値によって分類したものである。この表より、各特性値の変動係数の値が、破壊確率に及ぼす影響は無視できないが、それ以上に相関距離の影響が大きいことがわかる。これは、相関関数形の決定には多くの問題があるものの、信頼性の評価に際しては、従来の平均値、分散のみを考慮する解析では不十分であり、相関特性をも解析に取り入れる必要性があることを示している。

Case-1 Slope Gradient = 15° H = 10 m H _w = 10 m					
V _c	V _{tan}	$\rho_{ctan\phi}$	δ_x (m)	δ_y (m)	P _f
0.6	0.06	0.0	10	1	0.19705×10^{-1}
0.2	0.02	0.0	10	1	0.11222×10^{-1}
0.2	0.02	-0.3	10	1	0.10692×10^{-1}
0.6	0.06	0.0	20	2	0.12424×10^{-2}
0.2	0.02	0.0	20	2	0.74006×10^{-3}
0.2	0.02	-0.3	20	2	0.73584×10^{-3}

表-1

1) J. M. Catalán, C. A. Cornell: Earth Slope Reliability by a Level Crossing Method, Journal of the GM, No. GT6, ASCE, 1976, PP. 591~604