

山梨大学工学部 正真 河西秀夫

1. ま え が き

土の強度特性を調べるためにはボーリングコアの力学試験が一般に用いられている。しかし、最近では現場において手軽に土の強度特性を調査する手段としてコーンペネトレーターが用いられている。これはコーンの貫入抵抗からその土が持つ強度特性を調べようとするもので、得られた貫入抵抗の強さから半経験的な式を用いて支持力が計算されているが、これをより理論的に取り扱うようにすることは重要な課題であると考えられる。ここではこの貫入試験の解析方法として塑性平衡の面から特性曲線を使用して解析を行ない、その結果をYoung⁽¹⁾らの結果と比較検討することを目的としたものである。

2. 解析方法

解析にあたって次の仮定を設定する。[1]. 非粘着性の粒状土で内部摩擦角 ϕ を有する。[2]. モール・クーロンの破壊条件に従う。応力の符号は土質力学の通常の規約に従うものとし、また、球座標系であらわす。応力成分は限界釣合状態において次のようになる。 $\delta r = \delta(1 + \sin\phi \cos 2\psi)$, $\delta\theta = \delta(1 - \sin\phi \cos 2\psi)$, $\tau_{r\theta} = \delta \sin\phi \sin 2\psi$, $\delta\phi = \delta(1 + \sin\phi)$, $\tau_{r\phi} = \tau_{\theta\phi} = 0$ (1) [δ は平均応力 $= pg r S(\theta)$, $S(\theta)$ は応力関数, $pg = w$; 土の密度, $\psi = \psi(\theta)$; 最大主応力と半径 r のなす角度]

球座標の平衡方程式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \delta r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial \phi} + \frac{1}{r} [2\delta r - \delta\theta - \delta\phi + \tau_{r\theta} \cot \theta] - pg \cos \theta = 0 \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \phi} + \frac{1}{r} [(\delta\theta - \delta\phi) \cot \theta + 3\tau_{r\theta}] - pg \sin \theta = 0 \quad (2b)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\phi}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta\phi}}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \delta\phi}{\partial \phi} + \frac{1}{r} (3\tau_{r\phi} + 2\tau_{\theta\phi} \cot \theta) = 0 \quad (2c)$$

軸対称とすると(2c)式は恒等的に零となり(2a)(2b)式が次のように簡単となる。

$$\frac{\partial \delta r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (2\delta r - \delta\theta - \delta\phi + \tau_{r\theta} \cot \theta) = pg \cos \theta \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \delta\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (\delta\theta - \delta\phi) \cot \theta + 3\tau_{r\theta} = pg \sin \theta \quad (3b)$$

(3a), (3b)の各式に(1)式を代入して δ を応力関数 S を使って表わしその結果を $\frac{dS}{d\theta}$, $\frac{d\psi'}{d\theta}$ について解くと次式が得られる。

$$\frac{dS}{d\theta} = \frac{\sin(2\psi' - \theta) + S \sin 2\psi' (\sin\phi - 1) - S \sin\phi \cot \theta (1 + \cos 2\psi')}{\sin\phi - \cos 2\psi'} \quad (4a)$$

$$\frac{d\psi'}{d\theta} = -2 + \frac{S \sin\phi \cos(2\psi' - \theta) + S \sin\phi \cot \theta \sin 2\psi' (1 + \sin\phi) + S (1 - \sin\phi) (1 - \sin\phi \cos 2\psi') - \cos \theta}{2S \sin\phi (\sin\phi - \cos 2\psi')} \quad (4b)$$

一方、特性曲線の幾何学関係は図-1に示すように $r \frac{d\theta}{d\psi} = \tan(\psi' \pm \mu)$ で表わされ、任意の面に対しては $\gamma_0^2 = \gamma_0 \exp \int_0^\theta \cot(\psi' \pm \mu) d\theta$ (5) となる。

[γ_0 は初期半径, γ_0^2 は特性曲線の半径] また、変形帯は図-2に示すようになる。コーン表面の応力は次のようにして求められる。

[1]. 角度 μ を図-2の幾何学的関係から求め、また、OB線に沿う境界条件はコーン表面での土のすべり上りの仮定による結果、 $\psi' = \frac{1}{2}[\pi - \delta - \sin^{-1}(\frac{\sin \delta}{\sin \phi})] - \beta$ から求める。

[2]. OBは同様に幾何学関係から求められるので $\overline{OC} = F \times \overline{OB}$ として角度 W を幾何学関係より求め、またOC線に沿う境界条件はランキンの土圧から、 $S = \cos W / (1 - \sin\phi)$, $\psi' = \frac{\pi}{2} - W$ となる。

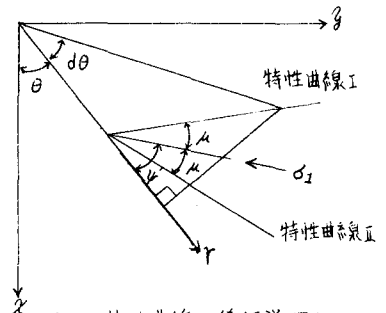


図-1. 特性曲線の幾何学関係 ($r \sim \theta$ 面)

[3]. 上記の条件から図-2のD点の ψ (ψ_D), E点の ψ (ψ_E), S (S_E)を求め, (4)式を使用してルンゲ-ワッタ法で S_D を求める。また, (5)式より $\overline{OC}/\overline{OB}(=F)$ を求め, この F を使用して再び計算を行ない, $\overline{OC}/\overline{OB}$ が一定の値になるまで同様の過程を繰り返す。

[4]. 上記の方法で求めた ψ_D , S_D を(1)式に代入して, コーン表面に働く応力成分 $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ を求める。

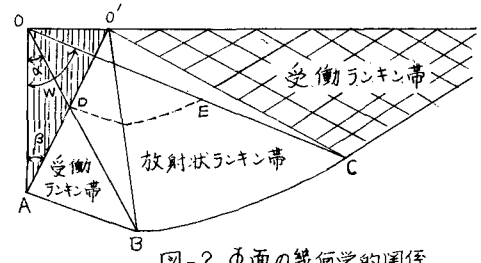


図-2. ϕ 面の幾何学的関係

3. 計算結果

前節で述べた手法により, 3の数値計算を実施した。即ち, θ に対する ψ , S 及び支持力を求めた結果が図-3, 4及び表-1で(1)ある。また, 図-5に同様にして求めたすべり線の形を示す。

コーン頂角 30° ($\beta=15^\circ$)の場合の支持力はYoungらの行った実験値の8~9割と小さめの値となっており, Youngらの計算値と比べても1割程度低い。これは図-3, 4に示すように S がYoung

らの値よりも小さく, ψ は逆に大きめになっているためであり, その結果コーン表面の応力成分が小さめに算出されるからであると推定される。その差異についての原因その他は学会当日に述べる。また, その他の問題への適用拡張についても当日に発表する予定である。

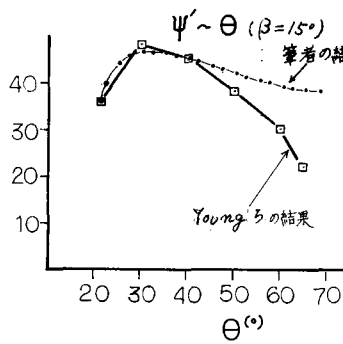


図-3. θ に対する ψ

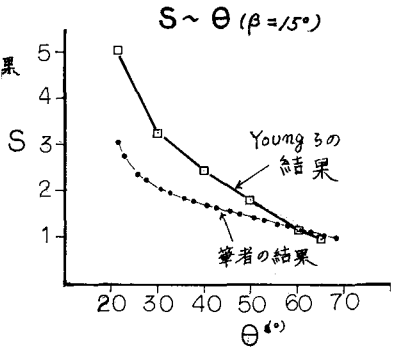


図-4. θ に対する S

深貫 度入 (インチ)	測定値(kg)			計算値(kg)	
	0.1 1インチ/分	1.0 1インチ/分	6.0 1インチ/分	Young ⁽³⁾	今回
1	0.45	0.45	0.54	0.15	0.13
2	1.18	1.18	1.27	1.17	1.02
3	4.13	4.17	4.30	3.94	3.44
4	9.80	9.80	9.98	9.35	8.10

表-1. 支持力の比較

($\beta=15^\circ, \rho_g=1.68/cm^3, S=28; \phi=38^\circ$)

参考文献:

- (1) R. N. Young and C. K. Chen "Cone Penetration of granular and cohesion soils" Journal of the engineering mechanics division. (1976) Vol. 102 pp. 345-363
- (2) J. Graham "Plane Plastic failure in cohesionless soils" Geotechnique (1968) pp. 301-306
- (3) J. L. Chenot, L. Felgers, B. Lavarenne and J. Salencon "A numerical application of the slip field method to extrusion through conical dies" Int. J. Engng. Sci. (1978) Vol. 16 pp. 263-273

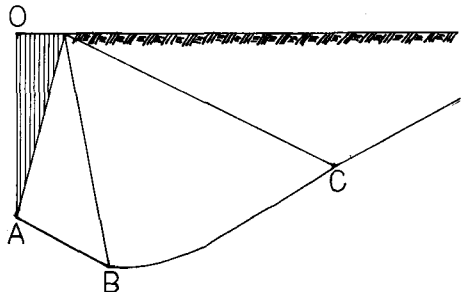


図-5. 頂角 30° のコーンのすべり線