

名古屋大学工学部 学 長谷部 厚

" 正 松尾 稔

" 正 浅岡 顕

1 はじめに

著者は圧密沈下を予測するに、自己回帰モデルを観測値にあてはめそれを外挿しておこなうという手法を提案している。<sup>1)</sup> この手法は1次元圧密理論に忠実な方法であり、しかもモデルのパラメータを土質調査からではなく実際の沈下観測値から定めるのであるから予測の精度はもともと高いと考えられる。この方法はさらに、 $C_v$ や $R$ が深さ方向に変化する多層地盤に対しては(そしてこれら地盤について何の事前情報がなくとも)正確に妥当するため、実用性もきわめて高いと期待される。<sup>2)</sup>

しかし、高精度な予測値を得ようとするには、ときには、高階の非定常自己回帰モデルを必要とするし、その係数推定はそれほど容易ではない。そこでここでは、このような場合に手軽に使用できる、新しい図解法を示す。

2 自己回帰モデルの解

$n$ 次の自己回帰モデル

$$f_j = \beta_0 + \sum_{s=1}^n \beta_s f_{j-s} \quad (1)$$

$$f_j = f(t_j) \quad , \quad t_j = \Delta t \cdot j$$

は  $1 - \sum_{s=1}^n \beta_s \neq 0$  のとき、

$$f_j = \frac{\beta_0}{1 - \sum_{s=1}^n \beta_s}$$

として、

$$f_j = f_j + \sum_{s=1}^n C_s (R_s)^j \quad (2)$$

なる一般解をもつ。 $C_s$  ( $s=1, 2, \dots, n$ ) は  $f_j$  の  $n$  個の初期条件 (実際には式(2)の観測値へのあてはめ) によって定められる。 $(f_j$  が時刻  $t_j$  における圧密沈下のとき)  $C_s$  は初期過剰間げき水圧分布、またはヒズミ分布に対応する。 $R_s$ ,  $s=1, 2, \dots, n$  は特性方程式  $R^n - \sum_{s=1}^n \beta_s R^{n-s} = 0$  の根である。 $f_j$  が圧密沈下のときには  $R_s$  はすべて0から1の間で相異なる  $n$  実根である。 $R_s$  の対数は各層の圧密固有値に比例する。また式(1)の  $f_j$  は最終沈下量を表わす。係数  $\beta_0, \beta_s$  が沈下の初期観測値から推定できれば式(2)によって将来が予測される。

3 高階自己回帰モデルの係数推定の新しい方法

式(1)で  $n=1$  のモデルを利用するときの係数  $\beta_0, \beta_1$  の推定方法とその適用事例はすでに述べている。<sup>1), 3)</sup> 図解法も容易である(図1)。ここでは  $n$  が2以上の場合を考える。観測値を直接式(1)にあてはめて、すべての係数を同時に最小自乗法で定めるやり方は、式(1)右辺中の  $f_{j-1}, f_{j-2}, \dots$  間の強い相関のため、なかなかうまくゆかない。(このことは、たとえば  $Y = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$  の係数がデータ  $(Y, X, X)$  から定められないことを思えばよい)

最初に  $n=2$  の場合を考える。高階の場合も最終的にはすべて  $n=2$  の場合に帰着する。

$$\Delta f_i = f_{i+1} - f_i \quad (3)$$

を定義すれば、式(1)で  $n=2$  の場合に

$$\Delta f_{i+2} = \beta_1 \Delta f_{i+1} + \beta_2 \Delta f_i$$

を得る。これより

$$\frac{\Delta p_{i+2}}{\Delta p_i} = \beta_1 \frac{\Delta p_{i+1}}{\Delta p_i} + \beta_2 \quad (4)$$

を得るから、データ  $(p_1, p_2, \dots, p_m)$  から、 $m-2$  個のデータ  $(\frac{\Delta p_{i+2}}{\Delta p_i}, \frac{\Delta p_{i+1}}{\Delta p_i})$ ,  $i=1, 2, \dots, m-2$

をつくり、直交座標にプロットする(図2)が、最小自乗法によって、係数  $\beta_1, \beta_2$  を推定することが出来る。残った係数  $\beta_0$  はつぎの式に対する平均操作

$$\beta_0 = \frac{1}{m-2} \sum_{i=1}^{m-2} p_{i+2} - \hat{\beta}_1 p_{i+1} - \hat{\beta}_2 p_i$$

から推定出来る。

同様に  $n=3$  の場合を考えよう。この場合式(1)から

$$\Delta p_{i+3} = \beta_1 \Delta p_{i+2} + \beta_2 \Delta p_{i+1} + \beta_3 \Delta p_i$$

を得るが、これより

$$V_i^3 = \frac{\Delta p_{i+3}}{\Delta p_i}, \quad V_i^2 = \frac{\Delta p_{i+2}}{\Delta p_i}, \quad V_i^1 = \frac{\Delta p_{i+1}}{\Delta p_i}$$

を定義すれば

$$V_i^3 = \beta_1 V_i^2 + \beta_2 V_i^1 + \beta_3$$

となる。この式の両辺に対する差分を考えれば、前に述べた  $n=2$  の場合と同様にし、まず  $\beta_1, \beta_2$  が定まり、つぎに  $\beta_3$ 、最後に  $\beta_0$  が定まることになる。これらの操作は実に簡単である。高階の自己回帰モデルは、かくして、一般に、

$$Y = \beta_1 X + \beta_2 \quad (n=2 \text{ のときは式(4)}) \quad (5)$$

型のモデルの係数推定に最小自乗法を用いて一度行えば、他は単なる平均操作によって  $\beta_3, \beta_4, \dots, \beta_n, \beta_0$  なる順に求まり、つぎに  $\beta_0$  が定まる。どの程度の  $n$  を必要とするかは決定は、たとえば(5)のモデルの相関性をこれに就いてプロットし判断すればよい。以上の方の数理統計学的考察は省略した。

#### 4. 実際問題への適用に就いて

1次元圧密の方程式を用いて、層厚16m、片面排水、初期分布一様、 $c_v = 6 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{sec}$  の沈下計算を電子計算機によっておこなった。その計算値をあたかも観測値としたとき式(1)による将来沈下の予測を行なった。最終沈下量で99%以上の精度で予測するまでの概略の観測期間を表1に示した。3次モデルを用いれば沈下の初期の挙動を短期間観測するだけでよい。圧密の固有値の最初の3つ、 $\lambda_1: \lambda_2: \lambda_3 = (\frac{\pi}{2})^2: (\frac{3\pi}{2})^2: (\frac{5\pi}{2})^2$  も正確に逆算されていた。(しかし実際には盛土の挙動には時間がかかり、50%前後の圧密が挙動中に完了するところもあるから、1次ないし2次モデルで充分である)。参考文献 1) ASAKA, A.: Soils & Foundations Vol. 18 No. 4. 2) 河田, 松尾: 逆問題として圧密沈下の解析, 第14回土質工学研究発表会, 3) Asaka & Suzuki, 3rd ICLASP Vol. 1 1979.

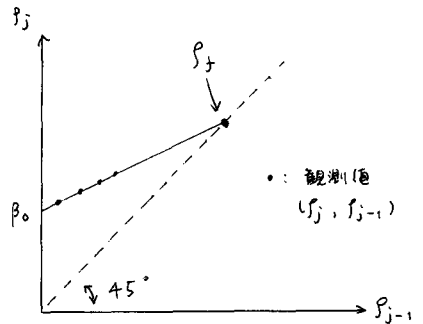


図1: 1次モデルによる図解法

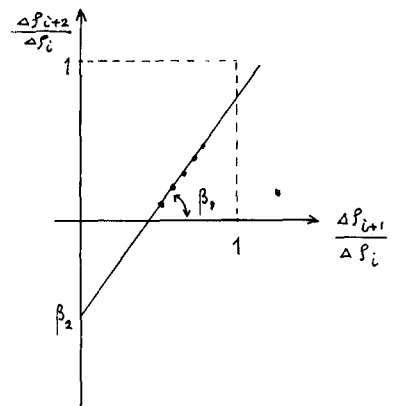


図2: 2次モデルによる図解法

表: 1次~3次モデルの沈下予測の概略性能

| 精度<br>(圧密度) | 観測期間(日)   | 必要観測期間(日)   |      |      |
|-------------|-----------|-------------|------|------|
|             |           | 1次近似        | 2次近似 | 3次近似 |
| 97%以上       | 40 (20%)  |             | 375  | 125  |
|             | 61 (25%)  |             | 250  | 75   |
|             | 89 (30%)  | 688         | 125  |      |
|             | 120 (35%) | 500         |      | 75以下 |
|             | 158 (40%) | 375         |      |      |
| 99%以上       | 40 (20%)  |             | 500  | 150  |
|             | 61 (25%)  | 50%以上の圧密が必要 | 438  | 100  |
|             | 89 (30%)  |             | 375  | 75   |
|             | 120 (35%) |             | 313  | 75以下 |
|             |           |             |      |      |