

1. 序 論

土質材料のもっとも大きな特徴として、構造骨格内の間げき水の存在にともなう（過剰）間げき水圧の発生を挙げる事ができる。とりわけ、飽和粘土のように比較的圧縮性の大きい構造骨格に間げき水が充満している材料では、その変形挙動に与える間げき水圧の影響が著しい。Terzaghiのいわゆる有効応力の原理に従えば、構造骨格の変形は有効応力により表現することができるが、そのとき間げき水圧の意味を十分理解しておく必要がある。本報告は、エネルギー原理の立場から極めて簡単な力学モデルを用いて、間げき水圧の持つ意味に対しての解釈を与えようとするものである。

2. 間げき水圧の力学モデル

説明を簡単にするために、図-1(a)のような飽和粘土の供試体（ $\varepsilon_2=0$ なる平面ひずみ条件）を考えるが、一般的な境界条件のもとでも議論の本質は同じである。また、間げき水および土粒子自身の圧縮性は無視しうるものとする。これに全応力 σ_1 、 σ_3 が作用したとき、載荷直後（ $t=+0$ ）および圧密が完了した状態（ $t=\infty$ ）をそれぞれ図-1(b)および(c)に示す。応力の作用している(a)の状態に対して、(b)では瞬時的な非排水変形および間げき水圧が生じており、(c)では圧密過程を経て間げき水圧が完全に消散している。図-1の各状態を説明するために、図-2のような力学モデルを用いる。ここに1-, 3-軸はそれぞれ図-1の応力およびひずみの二方向成分に対応している。図-1(a)のつり合い状態を示す変位は、係数 E_1 および E_3 をもつバネにより各軸に平行な反力を受ける。容易にわかるように、Poisson比などによる各軸方向の相互作用がなければ（たとえばPoisson比 $=0$ とすれば）、図-1(c)の状態は図-2により表現される。このときのつりあいの位置 P_c は式(1)により求められる。一方、図-1(b)の状態を記述するためには、図-3のように等体積条件を表わす直線 L に点 P_b を拘束しておかねばならない。このとき、点 P_b と直線 L との間にまっすぐな力を受ける。この各軸方向成分を λ とすると、つりあい点 P_b は式(2)により求めることができる。この式から、拘束力 λ は図-1(b)に発生している間げき水圧を表わしていることが理解される。図-3の状態は、図-2の状態を基準にして眺めると非常に簡略化される。すなわち、式(3)なる変数を定義して式(1)と(2)を比較すれば式(4)を得るが、これは図-4のつりあい点 P_b を求める方程式である。ここでは外力 σ_1 、 σ_3 は存在せず、図-1(c)から(b)を見たときの体積ひずみの差 $-\theta = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$ による拘束力 λ だけが作用している。

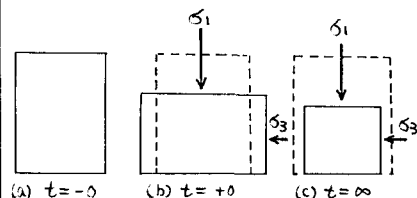


図-1

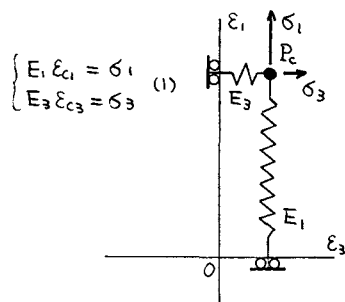


図-2

$$\begin{cases} E_1 \varepsilon_{c1} = \sigma_1 \\ E_3 \varepsilon_{c3} = \sigma_3 \\ \varepsilon_{b1} + \varepsilon_{b3} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

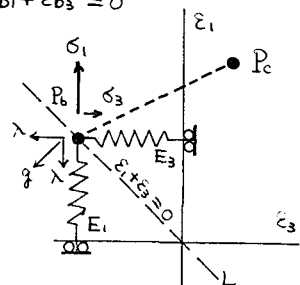


図-3

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_{b1} - \varepsilon_{c1} \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_{b3} - \varepsilon_{c3} \end{cases} \quad (3)$$

3. エネルギー原理によるモデルの解釈

式(4)のもつ意味をエネルギー原理の立場から考察し、その考え方を一般化する。まず、

$$H(\varepsilon_1, \varepsilon_3, \lambda) = \frac{1}{2} (E_1 \varepsilon_1^2 + E_3 \varepsilon_3^2) - \lambda \{ (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) + \theta \} \quad (5)$$

なる関数を導入すれば、これの ε_1 , ε_3 および λ による偏導関数がそれぞれ式(4)の各式に相当していることがわかる。ところで式(5)の関数 $H(\varepsilon_1, \varepsilon_3, \lambda)$ の第一項および第二項はそれぞれ、系のひずみエネルギーと拘束条件:

$$E = \frac{1}{2} (E_1 \varepsilon_1^2 + E_3 \varepsilon_3^2) \quad (6) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_3 = -\theta \quad (7)$$

からなり、拘束力の成分 λ は Lagrange 乗数とみなすことができる。すなわち、図-4のつりあり点 P_0 は、直線 L 上で点 P_c の状態からみてもっともひずみエネルギー E の小さい位置を占めることが理解できる。式(6)のひずみエネルギー E は、点 P_c を中心とする楕円の上で一定となることより、楕円を徐々に大きくしていったとき初めて直線 L と接する点が P_0 となる(図-5参照)。このとき、拘束力(固げき木圧) $\lambda = -E_1 \varepsilon_1 = -E_3 \varepsilon_3$ の大きさは、 $P_c P_0$ に対する楕円の共役軸 $C P_0$ における楕円の接線に平行な半径)を $P_c P'_0$ とすると

$$|\lambda| = \sqrt{E_1 E_3} \cdot P_c P'_0 \quad (8)$$

となることも示される。

供試体の応力-ひずみ関係を一般にすると、最終変位を基準にしたときの等ひずみエネルギー線を表わす楕円の形状が変わり、また主軸も回転するが、この場合も上で述べたことと同様な結果を得る(図-6参照)。ここでは構造骨格の弾性モデルを仮定して説明しているが、固げき木の圧縮性を無視する限り上の議論は一般に成立する。すなわち、どんな非線形応力-ひずみ関係をもつ飽和粘土であっても、載荷した瞬間のいわゆる接線弾性係数を用いればよい。もうこの場合、非排水条件下であっても固げき木圧が変化するかも知れないが、それは構造骨格の粘性による時間的な接線弾性係数の変化のため、図-6の楕円の形状が変わることと潜在的な最終つりあり変位の移動の結果として説明することがができる。このモデルにより圧密現象を解釈するならば、Darcy の法則に従う固げき木の流れによる構造骨格の体積変化のため、拘束条件を表わす直線 L が最終的なつりあり点 P_c に向かって移動し、ひずみエネルギーが解放されていく過程と考えることができる。なお、このとき L の移動は向きを変えず平行に移動する。

以上まとめると、飽和粘土に発生している固げき木圧とは、その瞬間に構造骨格のもつ接線弾性係数より定まる最終変位 P_c に向かって移動しようとするつりあり点 P_0 が、体積ひずみの拘束を表わすまっつない直線から受ける拘束力として定義することができる。

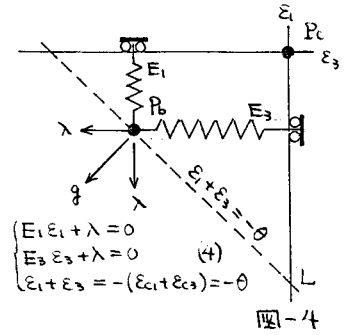


図-4

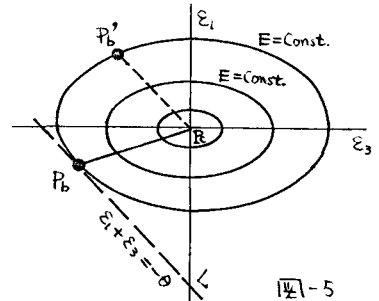


図-5

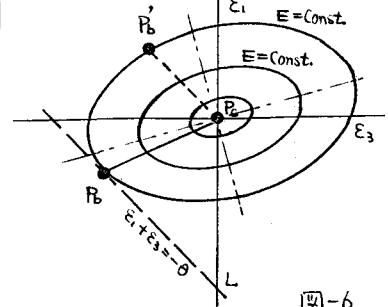


図-6

謝辞 本研究の遂行にあたり御指導を賜った京都大学工学部 赤井 浩一教授に謝意を表します。