

1. ま え が き

土の応力～変形モデルへのアプローチの一つとして、既に体系化された弾塑性論に基づく巨視的方法がある。現在のところ、この種の研究成果として土の応力～ひずみ関係式までもってきているのは、Lade and Duncan (1975)¹⁾であるように思われる。本報告は、砂の応力比～ひずみ増分比関係式に基づいて塑性ポテンシャル関数を定義し、ノンアソシエートな流れ則の適用により、一般的応力条件下の応力～ひずみ関係式を誘導したものである。さらに、二、三の実験結果によって本提案式の検証を行った。

1) Lade & Duncan: "Elastoplastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soils", ASCE, Vol. 101, No. GT10, 1975

2. 流れ則と塑性ポテンシャル関数

砂のような粒状体を弾性～ひずみ硬化塑性体とし、以下の議論の構成としては次のようである。

$$\begin{aligned} \{d\epsilon_{ij}\} &= \{d\epsilon_{ij}^e\} + \{d\epsilon_{ij}^p\} \quad (i, j = 1, 2, 3) \\ &= \underbrace{\{d\epsilon_{ij}^e\}}_{\text{圧密項}} + \underbrace{\{d\epsilon_{ij}^e\}}_{\text{せん断(ダイレイタンス)項}} + \underbrace{\{d\epsilon_{ij}^e\}}_{\text{せん断(ダイレイタンス)項}} \quad \text{----- (1)} \end{aligned}$$

$$d\epsilon_{\alpha\alpha}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma_{\alpha\alpha}} \quad (\alpha, \alpha = 1, 2, 3) \quad \text{----- (2)}$$

$$d\lambda = h \cdot d\epsilon = h \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \quad \text{----- (3)}$$

ここで、 $d\epsilon_{ij}^e$ = 全ひずみ増分、 $d\epsilon_{ij}^e$ = 弾性ひずみ増分、 $d\epsilon_{ij}^p$ = 塑性ひずみ増分、 dP = 平均主応力増分、 $d\eta$ = 応力比増分 ($\eta = \sigma/\rho$, σ = せん断応力) ; Ψ = 塑性ポテンシャル関数、 σ_{ij} = 応力テンソル、 $d\lambda$ = スカラー量で、せん断過程中変化するひずみ硬化パラメーター、 h = ひずみ硬化関数、 f = 降伏関数。

結局、式(2)は塑性ひずみ増分を応力状態と関係づけているので、その材料に関する「流れ則」を与えるものである。

さて、筆者らの砂軸試験および平面ひずみ試験結果などに基づく砂のせん断成分のみに着目した一般応力条件下の流れ則は、せん断のごく初期を除く破壊時までのせん断変形過程では次のような関係式で示された。²⁾³⁾なお、せん断成分は式(1)より求めた。

$$\frac{\sigma}{\rho} - M'(b) = R(b) \left\{ -\frac{d\eta^p}{d\epsilon^p} \right\} \quad \text{----- (4)}$$

ここで、 b は中間主応力 σ_2 の大きさを表わすパラメーターで、 $b = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ である。又、 $d\eta^p =$ ダイレイタンスによる塑性体積ひずみ増分、 $d\epsilon^p =$ 塑性せん断ひずみ増分。但し、砂の弾性ひずみは塑性ひずみに比べ非常に小さいので、各ひずみ増分はそれ

で、 $d\eta \div d\eta^p$, $d\epsilon \div d\epsilon^p$ として計算している。上記の式(4)の係数 M' と R は b 値によって変化することを意味する。次に、式(4)より一般応力条件下の塑性ポテンシャル関数 Ψ を求めて見よう。塑性ひずみ増分ベクトルの方向は塑性ポテンシャル面に直交するという直交条件、 $(-d\eta^p/d\epsilon^p) = d\sigma/d\rho$ を用いれば、次のような関係式が得られる。

$$\Psi = P \left\{ \frac{R(b)-1}{R(b)} \cdot \frac{\sigma}{P} + \frac{M'(b)}{R(b)} \right\} \frac{R(b)}{R(b)-1} \quad \text{----- (5)}$$

ここで、 Ψ は任意の一つの塑性ポテンシャル面に関して一定である。図-1 は平面ひずみ条件下の式(5)による塑性ポテンシャル面を (P , σ) 応力面内に示しているが、図中には実測された塑性ひずみ増分ベクトルも同時に示している。その結果、塑性ポテンシャル面と塑性ひずみ増分ベクトルの直交性とこの程度の近似度で表わしうなということがわかる。なお、平面ひずみ条件下の b 値はせん断中変化するが、ここでは第一ステップとして $M'(b)$ および $R(b)$ を固定させた。

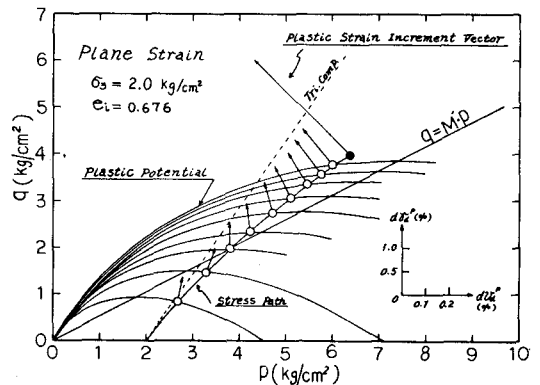


図-1 平面ひずみ条件下における砂の塑性ポテンシャル面と塑性ひずみ増分ベクトル

