

III-4

偏平な粒子からなる粒状体の応力・ひずみ関係

電電公社 (元・名古屋大学) 正員 大竹昌志
名古屋工業大学 正員 松岡元

土のような粒状体の2次元モデルとして、従来より円形断面のアルミ棒の混合体を用いてきたが、ここでは偏平な楕円形断面のアルミ棒の混合体を用いることにより異方的な構造をもつ粒状体を作成し、そのせん断機構を円形断面の場合と同様の手法で解析して応力・ひずみ関係式を誘導した。

用いた試料は、長・短軸長比が2程度の楕円になるようにアルミ丸棒(φ5mmとφ9mm)をプレスしたもの(混合本数比5:1)である(写真-1参照)。堆積方法としては、長軸方向が水平、鉛直およびランダム¹⁾の3種を採用した。完全配向の場合も100、完全ランダムの場合も0と定義するCurry(1956)によるVector Magnitudeの値の、せん断中の変化を調べた結果を表-1に示す。なお、表中のαは一面せん断試験の水平変位を意味する。これより、ピーク時までの対象とする場合には、粒子の回転の影響はほとんど無視できると考えた。また偏平粒子であるため、粒子どうしの接平面の角度も意味する粒子接点角の度数分布も従来の三角形分布とは異なった形状となると想像されたが、図-1に一例を示すように三角形と近似できそうである。さらに、せん断に伴う粒子接点角の消滅・発生²⁾の機構について、この図より丸棒の場合と同様に取り扱えと判断した。

さて、図-2においてθ₁を中心角、θ₂を粒子接点角と名付け、θ₂の度数分布をN(θ₂)、粒子間摩擦角をφ_μとすれば、モービライズド面上のせん断垂直応力比τ/σ_Nとθ₂の平均値θ̄の関係は丸棒の場合³⁾と同様にして、次のように表わされる。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta_2) \cdot \sin(\theta_2 + \phi_\mu) \cdot d\theta_2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta_2) \cdot \cos(\theta_2 + \phi_\mu) \cdot d\theta_2} \div \lambda \cdot \bar{\theta} + \mu \quad \text{----- (1)}$$

ここに、N(θ₂)は三角形分布(ピークの高さh、ピークでのθ₂=θ_p)として、

$$\left. \begin{aligned} N(\theta_2) &= h(\theta_2 + \pi/2) / (\theta_p + \pi/2) \quad (-\pi/2 \leq \theta_2 \leq \theta_p) \\ N(\theta_2) &= h(\theta_2 - \pi/2) / (\theta_p - \pi/2) \quad (\theta_p \leq \theta_2 \leq \pi/2) \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (2)}$$

θ_p=3θ̄, λ, μ(=tan φ_μ)はパラメータである。

粒子が理想的な楕円であるとする、(x²/a²) + (y²/b²) = 1 より、

$$dy/dx = -(b^2/a^2) \cdot (x/y) = (b^2/a^2) \cdot \tan \theta_1 = \tan \theta_2 \quad \text{----- (3)}$$

ここに、a, bはそれぞれ楕円の水平、鉛直軸長とする。

前述のように粒子の回転の影響を無視し、軸を平行に保ったまま滑動するものとするれば、図-3より次の関係式を得る。

$$x_0 = d \cdot \sin \theta_1 = 2a \cdot \sin t \quad \text{---- (4)}, \quad y_0 = d \cdot \cos \theta_1 = 2b \cdot \cos t \quad \text{---- (5)}$$

$$\therefore \tan \theta_1 = (a/b) \cdot \tan t \quad \text{---- (6)}$$

式(3)~(6)より、隣接粒子間の中心距離dは次のように表わされる。

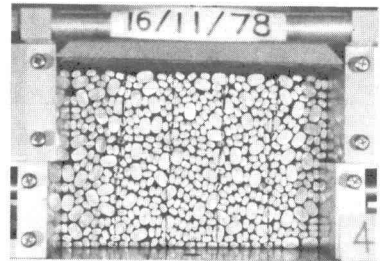


写真-1 偏平な粒子からなる粒状体(ランダム堆積)

	初期	ピーク	残留
鉛直堆積	X=0 mm 82.7	X=9 mm 81.1	X=14 mm 70.9
水平堆積	X=0 79.7	X=4 76.8	X=14 66.8
ランダム	X=0 25.1	X=6 31.8	X=12 34.1

表-1 せん断に伴うVector Magnitudeの変化

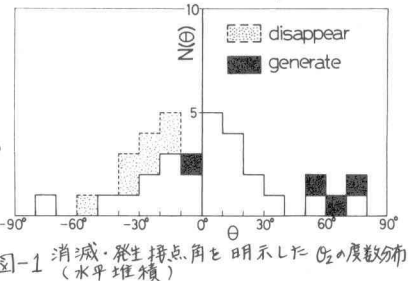


図-1 消滅・発生接点角を明示したθ₂の度数分布(水平堆積)

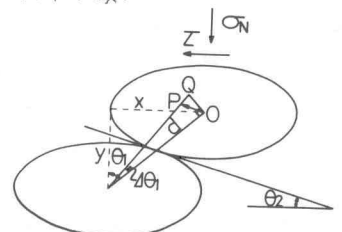


図-2 楕円形粒子の滑動の単位要素

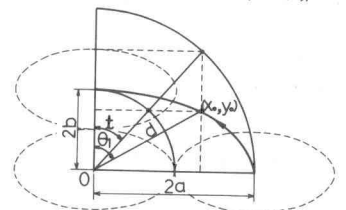


図-3 隣接粒子間の中心間距離dの表現

$$d = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} = 2 \sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}$$

$$= 2 \sqrt{a^2 \sin^2 [\tan^{-1} \{ (a/b) \tan \theta_2 \}] + b^2 \cos^2 [\tan^{-1} \{ (a/b) \cdot \tan \theta_2 \}]} \quad \dots (7)$$

また、図-2の△OPQにおいて、 $\angle QOP = \theta_1 - \theta_2$ 、 $\angle OQP = 90^\circ - |\Delta \theta_1| \equiv 90^\circ$ 、 $\overline{OQ} = d \cdot |\Delta \theta_1|$ なることを考慮すれば、

$$\overline{OP} = d \cdot |\Delta \theta_1| / \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad \dots (8)$$

さて、図-2を参照すれば、粒子がせん断方向に $\overline{OP}$ だけ滑動したときの、ある角度 θ_2 の接点における水平、鉛直滑動変位増分 $\Delta x, \Delta y$ は

$$\Delta x = \overline{OP} \cdot N(\theta_2) \cdot \cos \theta_2 = \{ d \cdot |\Delta \theta_1| / \cos(\theta_1 - \theta_2) \} \cdot N(\theta_2) \cdot \cos \theta_2 \quad \dots (9)$$

$$\Delta y = -\overline{OP} \cdot N(\theta_2) \cdot \sin \theta_2 = -\{ d \cdot |\Delta \theta_1| / \cos(\theta_1 - \theta_2) \} \cdot N(\theta_2) \cdot \sin \theta_2 \quad \dots (10)$$

上式に式(7)、(3)、(2)を考慮して、 θ_2 に関して $-\pi/2 \sim \pi/2$ で積分(数値積分)すれば、ある $\bar{\theta}$ なる分布に対する滑動変位増分 $\Delta x, \Delta y$ が求まる。さらに、式(3)より $|\Delta \theta_1| \equiv (a^2/b^2) \cdot |\Delta \theta_2|$ とし、せん断に伴う粒子接点角の消滅・発生・定常の機構に基づいて誘導した次式²⁾

$$|\Delta \theta_2| = -\frac{\bar{\theta} + \frac{\pi}{6}}{\bar{\theta} - \frac{\pi}{6}} \cdot \Delta \bar{\theta} \quad \dots (11) \quad (\bar{\theta}_f: \text{パラメータ})$$

を用いて $\bar{\theta}$ に関して積分すれば、滑動変位 x, y が求まることになる。

なお、 $\Delta x, \Delta y$ を粒子接点角総数 $\pi n/2$ で割れば粒子1個当りの滑動変位増分、さらにせん断領域一層の厚さの平均値

$$D = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta_2) \cdot d \cdot \cos \theta_1 \cdot d \theta_2}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} N(\theta_2) \cdot d \theta_2} \quad \dots (12)$$

で割ればヒズミ増分に变换される。すなわち、モービライズド面上のせん断ヒズミ増分 $\Delta \gamma$ 、垂直ヒズミ増分 $\Delta \epsilon_N$ は次のように表わされる。

$$\Delta \gamma = \frac{\Delta x}{(\pi n/2) \cdot D} \quad \dots (13), \quad \Delta \epsilon_N = \frac{\Delta y}{(\pi n/2) \cdot D} \quad \dots (14)$$

さらに、 $\bar{\theta}$ の初期値 $\bar{\theta}_0$ として、 $\gamma = \int_{\bar{\theta}_0}^{\bar{\theta}} \Delta \gamma \cdot d \bar{\theta} \quad \dots (15)$ 、

$$\epsilon_N = \int_{\bar{\theta}_0}^{\bar{\theta}} \Delta \epsilon_N \cdot d \bar{\theta} \quad \dots (16) \quad \text{と表わされる。}$$

図-4、5に以上の式から算定された長軸が水平方向に堆積した場合、鉛直方向に堆積した場合の $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係を示す($\lambda=1.0, \mu=0.20$)。

また、図-6、7に $\tau/\sigma_N \sim -d\epsilon_N/d\gamma$ 関係、 $\tau/\sigma_N \sim -\epsilon_N/\gamma$ 関係を示す。両図の縦軸切片が、それぞれ μ, μ' 、勾配が λ であるが、

これらの図より水平・鉛直軸長比 a/b が大幅に変化しても λ, μ, μ' はあまり変らないのがみられる。図-8は豊浦砂の等方および異方性試料の応力・ヒズミ関係が、 λ, μ, μ' は同じで γ_0 だけを変えることによって説明できることを示している($\lambda=1.1, \mu=0.21, \mu'=0.38, \gamma_0=0.13\% \text{ と } 0.055\%$)。

参考文献

- 1) Curran, J.R. (1956): Jour. Geol., Vol. 64, pp. 117-131.
- 2) 松岡・阪上・竹田・西岡 (1978): 第13回土質工学研究発表会, 93, pp. 369-372.
- 3) 松岡 (1974): S & F, Vol. 14, No. 1, pp. 29-43.
- 4) 松岡 (1974): S & F, Vol. 14, No. 2, pp. 47-61

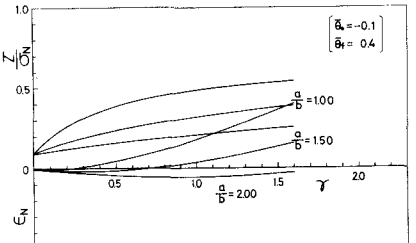


図-4 水平堆積の $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係

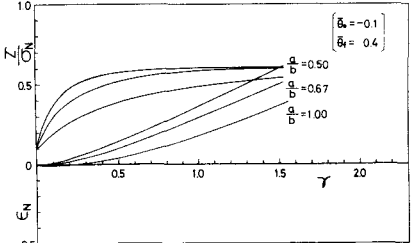


図-5 鉛直堆積の $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$ 関係

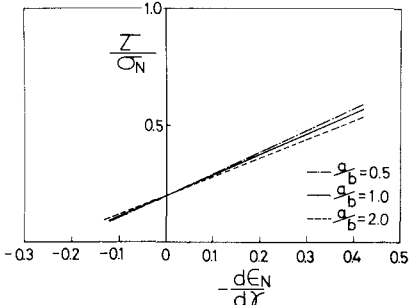


図-6 水平・鉛直軸長比 a/b をパラメータとした $\tau/\sigma_N \sim -d\epsilon_N/d\gamma$ 関係

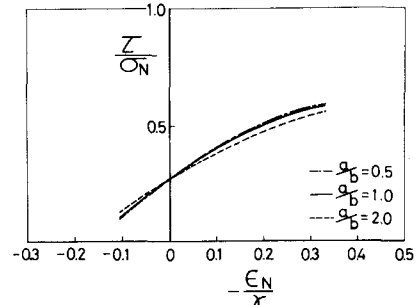


図-7 水平・鉛直軸長比 a/b をパラメータとした $\tau/\sigma_N \sim -\epsilon_N/\gamma$ 関係

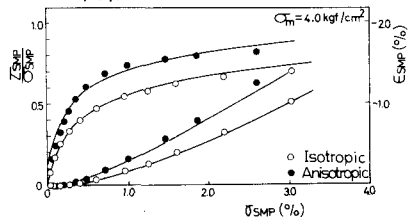


図-8 豊浦砂の等方・異方性試料の応力・ひずみ関係