

1. ま え が き

筆者は、粒状体のもつ異方性を表現するテンソルについて若干の考察を行った¹⁾が、本文では、とくに粒子の異方性を表現するテンソル $\underline{H}_i$ を応用し、粒状体の力学性質について二三の考察を述べる。

2. 異方性テンソル $\underline{H}_i$ による粒状体の応力の考察

粒子の異方性を表現するテンソル $\underline{H}_i$ は次式で定義される。^{1) 2)}

$$\underline{H}_i = \frac{2 \underline{D}_{ij}^* A_j \underline{n}_i \underline{n}_j}{\underline{D}_{ij}^* A_j} \quad (1)$$

ここに、 $\underline{n}_i$ は接触面の法線、 A_j は図-1に示すように定められる接触面積（2次元では長さ）、 $\underline{D}_{ij}^*$ は無向修正グラフの接続行列である（粒子 i に接続する枝 j について総和をとるが、総和記号は省略している）。

接触力 $\underline{S}_j$ を用いて、一つの接触に対応する応力テンソル

$$\underline{\sigma}_i = \frac{\underline{n}_i \underline{S}_i}{A_i} \quad (2)$$

を定義する。明らかに

$$\underline{S}_j = A_j \underline{n}_j \cdot \underline{\sigma}_j \quad (3)$$

となっている。次に、一つの粒子 i について、そのすべての接触 j に関する $\underline{\sigma}_j$ の平均値

$$\underline{\sigma}_i = \frac{2 \underline{D}_{ij}^* A_j \underline{\sigma}_j}{\underline{D}_{ij}^* A_j} = \frac{2 \underline{D}_{ij}^* \underline{n}_j \underline{S}_j}{\underline{D}_{ij}^* A_j} \quad (4)$$

によって、応力 $\underline{\sigma}_i$ を定義する。もし、粒子 i について定まる一つの応力テンソル $\underline{\sigma}_i^*$ が存在し、式(3)と類似の形

$$\underline{S}_j = A_j \underline{n}_j \cdot \underline{\sigma}_i^* \quad (5)$$

とかけると、式(5)を式(4)に代入することにより

$$\underline{\sigma}_i = \underline{H}_i \cdot \underline{\sigma}_i^* \quad (6)$$

の関係が得られる。

粒状体を連続体化した場合、 $\underline{\sigma}_i^*$ は式(5)に示すようにトラクション（接触力ベクトル）を生成する意味での応力テンソルを与え、 $\underline{\sigma}_i$ は式(4)に示すように粒子 i の接触応力をその周境界について平均化した意味での応力テンソルを与える。従って、 $\underline{\sigma}_i$ では、粒子に $\underline{H}_i$ で表現される異方性が存在する場合、当然その異方性が考慮された内容となっている。一方、平衡条件は、物体力が無い場合

$$\underline{D}_{ij}^* \underline{S}_j = \underline{D}_{ij}^* A_j \underline{n}_j \cdot \underline{\sigma}_i^* = 0 \quad (7)$$

で与えられ、演算子 $(\underline{D}_{ij}^* A_j \underline{n}_j \cdot)$ は連続体における D_{ij} に対応すると考えられる²⁾から、 $\underline{\sigma}_i^*$ は連続体における通常の応力に対応しているものと考えられる。

3. 異方性テンソル $\underline{H}$ による松岡・中江の条件の修正

松岡・中江³⁾は、応力テンソルの不変量で記述される次のような土の破壊基準を提案している。

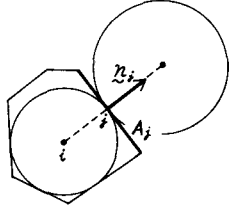


図 - 1

$$\frac{J_1 J_2}{J_3} = k \quad (8)$$

ここに、 J_1 、 J_2 、 J_3 は次式で与えられる不変量である。

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \underline{\underline{I}} \cdot \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}, & J_2 &= \frac{1}{2} \underline{\underline{I}} \cdot \cdot (\underline{\underline{\mathcal{Q}}} \times \times \underline{\underline{\mathcal{Q}}}) \\ J_3 &= \frac{1}{6} \underline{\underline{\mathcal{Q}}} \cdot \cdot (\underline{\underline{\mathcal{Q}}} \times \times \underline{\underline{\mathcal{Q}}}) = |\underline{\underline{\mathcal{Q}}}| \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

松岡・中江の条件は、粒状体内の平均的なすべり面(SMP)に関する摩擦法則から導びかれると考えられる⁴⁾ので、式(9)における $\underline{\underline{\mathcal{Q}}}$ は、本文の $\underline{\underline{\mathcal{Q}}}_i$ の極限に相当するものと考え、式(6)及び式(1)の極限に相当する式

$$\underline{\underline{\mathcal{Q}}} = \underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^* \quad (10)$$

ただし、

$$\underline{\underline{H}} = \frac{2 \oint \underline{\underline{n}} \underline{\underline{n}} dA}{\oint dA} \quad (11)$$

を式(9)に代入すれば、

$$\left. \begin{aligned} J_1^* &= \underline{\underline{I}} \cdot \cdot (\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*) = \underline{\underline{H}} \cdot \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^* \\ J_2^* &= \frac{1}{2} \underline{\underline{I}} \cdot \cdot \{(\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*) \times \times (\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*)\} \\ &= \frac{1}{2} \underline{\underline{I}} \cdot \cdot \{(\underline{\underline{H}} \times \times \underline{\underline{H}}) \cdot (\underline{\underline{\mathcal{Q}}}^* \times \times \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*)\} \\ &= \frac{1}{2} (\underline{\underline{H}} \times \times \underline{\underline{H}}) \cdot \cdot (\underline{\underline{\mathcal{Q}}}^* \times \times \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*) \\ J_3^* &= \frac{1}{6} (\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*) \cdot \cdot \{(\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*) \times \times (\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*)\} \\ &= |\underline{\underline{H}} \cdot \underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*| = |\underline{\underline{H}}| |\underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*| (= |\underline{\underline{\mathcal{Q}}}^*|) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

を得る。このような異方性テンソルによって修正された応力の不変量を式(8)に用い

$$\frac{J_1^* J_2^*}{J_3^*} = k \quad (13)$$

とおけば、この式は粒子の異方性を考慮した松岡・中江の修正式となっている。松岡らは、異方性を示すパラメーター α による修正を提案している⁵⁾が、上述の議論は、これを異方性テンソルによる一般的修正に拡張したものである。

4. あとがき

異方性テンソル $\underline{\underline{H}}$ を導入して、定義される2種類の応力テンソルについて考察し、その一つの応用として松岡・中江の条件の修正について述べた。3.については、松岡・石崎両氏との討論による所産であることを記し、厚く謝意を表する。

参考文献

- 1). 佐武正雄：粒状体の異方性の表現に関する考察，土木学会第33回年次学術講演会講演集Ⅱ-2(1978)，3-4
- 2). M. Satake：Constitution of Mechanics of Granular Materials through the Graph Theory, Proc. of the U.S.-Japan Seminar on Continuum Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials, Gakujuutsu Bunkan Fukyukai(1978)，47-62
- 3). H. Matsuoka and T. Nakai：Stress-Deformation and Strength Characteristics of Soil under three different Principal Stresses, Proc. of JSCE No.232(1974)，59-70
- 4). 佐武正雄：降伏条件の統計論的考察，土木学会第29回年次学術講演会講演集Ⅰ-1(1974)，1-3
- 5). 松岡 元，中井照夫，石崎 仁：異方的な構造をもつ土の応力-ひずみ関係，第14回土質工学研究発表会講演集(1979)