

東海大学 正会員 ○市川 勉
東海大学 正会員 星田 義治
間組 正会員 前原 弘光

1. まえがき 多層より揚水する場合の地下水流動については、従来、定常状態についての研究は成されていなかったが、非定常状態については、あまり行なわれていなかつようである。

著者は、2つの帶水層（特に、上層が不透水層で下層が被圧の場合と2層とも被圧の場合）からの揚水による地下水の非定常流動について、井戸における連続の式、井戸群の抵抗を考慮した運動方程式を考慮して、帶水層内の方程式を数値的に解いた。この数値解により、各帶水層内の水位、水頭、ヰアロス、全レミ出しがに対する各帶水層からのレミ出しが割合等が、定量的に把握できる。

2. 理論 以下に述べる理論において、次の仮定を用いる。

i) 各帶水層とも水平で、均質等方である。 ii) 各帶水層を正確に透水層は、完全に不透水性で、上下の方向へも漏水はない。 iii) 井戸は、最下層まで完全に貫入している。 iv) 各帶水層とも、初期の總水頭は、全て同じである。 v) 地下水の流れは、準一様流の仮定が成立し、Darcyの法則が成立する。

2-1. 不透水層と被圧の両帶水層より揚水する場合 図. 1 のように、各部の諸元を仮定する。この場合、井戸における連続条件、井戸群の抵抗を考慮した運動方程式、帶水層内の方程式は、以下のようになる。

$$\text{井戸における連続条件 } (A_w - A_p) \frac{dh_{rw}}{dt} = Q_s - Q_o \quad (1)$$

井戸群の抵抗を考慮した運動方程式

$$Q_{su} = 2\pi r_w K (h_{su} - h_{rw})^{1/2} (2h_{su} + h_{rw})/3, \quad Q_{sc} = 2\pi r_w K D (h_{sc} - h_{rw})^{1/2} \quad (2)$$

$$Q_{sc} = 2\pi r_w K \{ (h_{su} - h_{rw})^{1/2} (2h_{su} + h_{rw})/3 + D (h_{sc} - h_{rw})^{1/2} \} \quad (2)$$

帶水層内の方程式

$$\text{不透水層 } \frac{\partial h_u}{\partial t} = \frac{k_u}{T_u} \frac{\partial^2 h_u}{\partial r^2} \quad (3)$$

$$\text{被圧帶水層 } \frac{\partial h_c}{\partial t} = \frac{k_c D}{T_c} \frac{\partial^2 h_c}{\partial r^2} \quad (4)$$

(3) および (4) 式に対する初期および境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} t \leq 0 \\ t > 0, \quad r = r_w \end{array} \right. ; \quad \begin{array}{l} Q_o = 0, \quad h_u = h_{rw} = h_{su} = H_u, \quad h_c = h_{rc} = h_{sc} = H_c \\ Q_o = \text{const.}, \quad Q_{su} = 2\pi r_w K (h_{su} - h_{rw})^{1/2} (2h_{su} + h_{rw})/3, \quad h_u = h_{su} \\ Q_{sc} = 2\pi r_w K D (h_{sc} - h_{rw})^{1/2}, \quad h_c = h_{sc} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} r = R \\ h_u = H_u, \quad h_c = H_c \end{array} \right\} \quad (5)$$

(4) を (5) の条件で解くと、これは、すぐ明らかなるようだ。

$$h_c = H - \frac{Q_{su}}{4\pi k_c D} e^{\frac{4\pi k_c}{T_c} \int_{r_w}^R \frac{e^{-u}}{u} du} \quad (6), \quad h_{sc} = H - \frac{Q_{sc}}{4\pi k_c D} e^{\frac{4\pi k_c}{T_c} \int_{r_w}^R \frac{e^{-u}}{u} du} \quad (7)$$

以上の各式を無次元化すると、次のようになる。

$$\frac{dh_{sc}}{dz_c} = 2S'(Z_s - Z_o) \quad (8), \quad Z_{su} = \alpha_u (g_{su} - g_{rw})^{1/2} (2g_{su} + g_{rw})/3 \quad (9), \quad Z_{sc} = \alpha_c (g_{sc} - g_{rw})^{1/2} \quad (10)$$

$$Z_s = \alpha_c \{ (g_{su} - g_{rw})^{1/2} (2g_{su} + g_{rw})/3 \cdot A \cdot g_u^{1/2} + (g_{sc} - g_{rw})^{1/2} \} \quad (11), \quad \frac{dg_u}{dz_u} = \frac{Z_u}{\xi g_u}, \quad \frac{dz_u}{d\xi} = -\frac{3\sqrt{2}Z_u}{2g_u} \quad (12)$$

$$g_c = 1 - \frac{1}{2} Z_{sc} e^{\frac{4\pi k_c}{T_c} \int_{r_w}^R \frac{e^{-u}}{u} du} \quad (13), \quad g_{sc} = 1 - \frac{1}{2} Z_{sc} e^{\frac{4\pi k_c}{T_c} \int_{r_w}^R \frac{e^{-u}}{u} du} \quad (14)$$

(12)に対する初期及び境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} z_u \leq 0, \quad z_o = 0, \quad g_{su} = g_{rw} = g_u = 1 \\ z_u > 0, \quad \xi = 1; \quad z_u = z_{su}, \quad z_o = \text{const.} \\ \xi = R_m; \quad g_u = 1 \end{array} \right\} \quad (15)$$

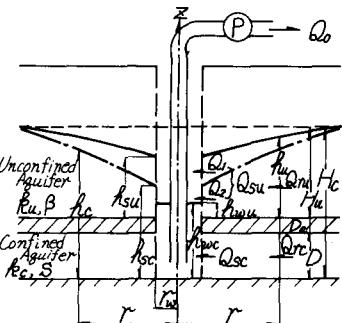


図1. 不透水層と被圧の両帶水層より揚水する場合の一般図。

ここ K , $K = \sqrt{2g/\Sigma f}$, g : 重力加速度, Σf : 抵抗係数, $g_{su} = h_{su}/H_u$, $g_{uw} = h_{uw}/H_u$, $g_u = h_u/H_u$, $g_c = h_{cu}/H_c$, $g_{uc} = h_{uc}/H_c$, $A = H_u D$, $g_{uc} = H_u/H_c$, $Z_s = Q_s/(2\pi k_c D H_c)$, $Z_o = Q_o/(2\pi k_c D H_c)$, $Z_{sc} = Q_{sc}/(2\pi k_c H_c D)$, $Z_{su} = Q_{su}/(2\pi k_u H_u^2)$, $\alpha_u = r_u K / (k_u H_u^{1/2})$, $\alpha_c = r_c K / (k_c H_c^{1/2})$, $T_c = k_c D t / (S \omega^2)$, $T_u = k_u H_u / (\beta \omega^2)$, $S' = S / (1 - A_p / A_w)$, $\bar{S} = \sqrt{f_u} = T_u$, $y_o = \sqrt{T_u}$, $U = S T^3 / (4 k_c D t)$, $U_w = S \omega^2 / (4 k_c D t)$, $U_r = S R^3 / (4 k_c D t)$, A_p ; 揚水管の断面積, A_w ; 井戸の断面積, R ; 溢養半径, $R_m = R/A_w$, f_u ; 不圧帶水層の透水係数, β ; 圧帶水層の有効空隙率, r_c ; 被圧帶水層の透水係数, S ; 被圧帶水層の貯留係数。

2-2. 2つの被圧帶水層から揚水する場合。各諸元は、図2のとおりとする。

式を仮定する。図2より帶水層内の式、井戸における連続条件および井戸群の抵抗を考慮した運動方程式は、2-1節と同様に無次元化できる。これは、上記の(8)～(15)式中の(12)及び(15)式を除いて、 U をI, CをIIと書き変え、 Z_{SI} すなわち $Z_{SI} = Q_{SI}/(2\pi k_I H_I D_I)$, $\beta \rightarrow S_I$, $S \rightarrow S_{II}$, $A = D_{II} = D_I/D_{II}$ と変えたものと同じである。また、(12)と(15)式は、以下のよう ζ と ζ' で(20), (21)式となる。

$$\frac{dg_{wI}}{dT_{II}} = 2S'_I(Z_S - Z_O) \quad (16)$$

$$Z_{SI} = \alpha_I(g_{SI} - g_{wI})^{1/2} \quad (17), \quad Z_{SII} = \alpha_{II}(g_{SII} - g_{wII})^{1/2} \quad (18)$$

$$Z_S = \alpha_{II}(g_{SI} - g_{wI})^{1/2} D_{II} g_{II}^{1/2} + (g_{SII} - g_{wII})^{1/2} \quad (19) \quad g_I = 1 - \frac{1}{2} Z_{SI} C_{wI}^{1/4} \frac{r_u^{1/4}}{r} dU \quad (20)$$

$$g_{SI} = 1 - \frac{1}{2} Z_{SI} C_{wI}^{1/4} \frac{r_u^{1/4}}{r} dU \quad (21)$$

$$g_{II} = 1 - \frac{1}{2} Z_{SII} C_{wII}^{1/4} \frac{r_u^{1/4}}{r} dU \quad (22)$$

$$g_{SII} = 1 - \frac{1}{2} Z_{SII} C_{wII}^{1/4} \frac{r_u^{1/4}}{r} dU \quad (23)$$

3 數値計算の結果。以上の式の数値計算は、データ初期値を与えて、 T_c (又は ζ)の各時間キギミ毎にRunge-Kutta法によって計算した。図3, 図4は、揚水元水頭の時間的変動、図5, 図6は、全しお出し量に対する各帶水層からのしお出し量の割合を示したものである。

4 結論 以上の数値計算結果より、次のことがわかった。
1). 多層より地下水を揚水する場合の水位、水頭の時間的変動を求めることができ。2). 水位、水頭の変動と同時に、しお出し量の分配割合も把握可能である。3). 各帶水層の貯水屢定数を個々 K 、そして、同時に算定でき、井戸ロスを評価できる。

今後は、仮定条件のii)とiv)、すなわち、漏水のある場合、及び、右帶水層の飽和水頭が異なる場合について検討をすら必要がある。

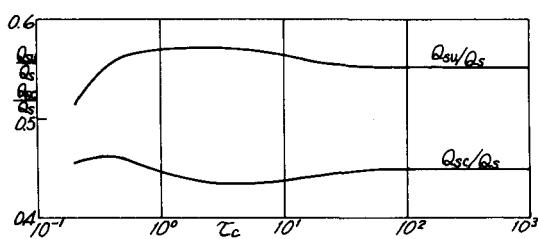


図5, $\frac{Q_{su}}{Q_s}, \frac{Q_{sc}}{Q_s} - T_c$ 曲線 (不圧, 被圧)。

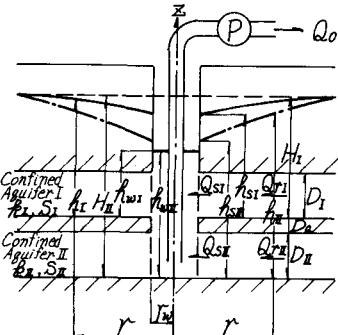


図2. 2つの被圧帶水層の場合

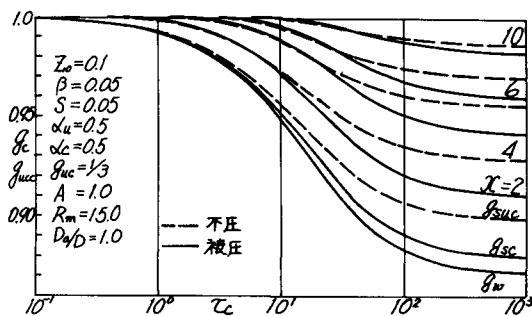


図3. $g_c, g_{uc} \sim T_c$ 曲線 (不圧, 被圧), $(g_{uc} = \frac{R_m + D_u + D_c}{H_c})$

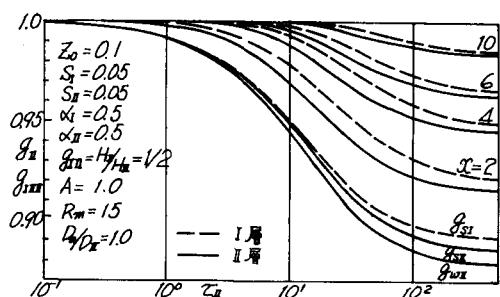


図4. $g_I, g_{III} \sim T_c$ 曲線 (被圧, 被圧), $(g_{III} = \frac{R_m + D_u + D_c}{H_c})$

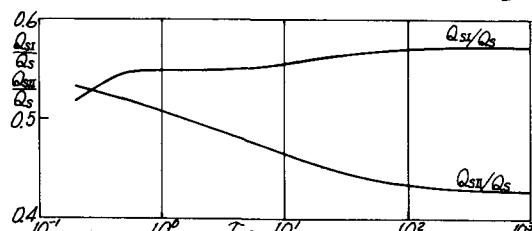


図6. $\frac{Q_{su}}{Q_s}, \frac{Q_{sc}}{Q_s} - T_c$ 曲線 (被圧, 被圧)