

東海大学 正会員 ○市川 勉
東海大学 正会員 星田 義治
間 組 正会員 前原 弘光

1. まえがき. 多層より揚水する場合の地下水流動については, 従来, 定常状態についての研究は成されているが, 非定常状態については, あまり行なわれていないようである.

著者らは, 2つの帯水層(特に, 上層が不圧で下層が被圧の場合と2層とも被圧の場合)からの揚水による地下水の非定常流動について, 井戸における連続の式, 井戸群の抵抗を考慮した運動方程式を考慮して, 帯水層内の方程式を数値的に解いた. この数値解により, 各帯水層内の水位, 水頭, 井戸ロス, 全しみ出し量に対する各帯水層からのしみ出し量の割合等が, 定量的に把握できる.

2. 理論 以下に述べる理論において, 次の仮定を用いる.

i) 各帯水層とも水平で, 均質等方である. ii) 各帯水層を区切る不透水層は, 完全に不透水性で, 上下いずれの方向へも漏水はない. iii) 井戸は, 最下層まで完全に貫入している. iv) 各帯水層とも, 初期の水頭は, 全て同じである. v) 地下水の流れは, 準一様流の仮定が成立し, Darcyの法則が成立する.

2-1. 不圧と被圧の両帯水層より揚水する場合 図1のように各部の諸元を仮定する. この場合, 井戸における連続条件, 井戸群の抵抗を考慮した運動方程式, 帯水層内の方程式は, 以下のようになる.

$$\text{井戸における連続条件} \quad (A_w - A_p) \frac{dh_w}{dt} = Q_s - Q_o \quad (1)$$

井戸群の抵抗を考慮した運動方程式

$$Q_{su} = 2\pi r_w K (h_{su} - h_{wu})^{\frac{1}{2}} (2h_{su} + h_{wu})/3, \quad Q_{sc} = 2\pi r_w K D (h_{sc} - h_{wc})^{\frac{1}{2}} \quad (1')$$

$$Q_s = 2\pi r_w K \{ (h_{su} - h_{wu})^{\frac{1}{2}} (2h_{su} + h_{wu})/3 + D (h_{sc} - h_{wc})^{\frac{1}{2}} \} \quad (2)$$

帯水層内の方程式

$$\text{不圧帯水層} \quad \frac{\partial h_u}{\partial t} = \frac{h_u}{r_s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r h_u \frac{\partial h_u}{\partial r} \right) \quad (3)$$

$$\text{被圧帯水層} \quad \frac{\partial h_c}{\partial t} = \frac{h_c D}{r_s} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial h_c}{\partial r} \right) \quad (4)$$

(3) および (4) 式に対する初期および境界条件は,

$$\left. \begin{aligned} t \leq 0 & \quad ; \quad Q_o = 0, \quad h_u = h_{wu} = h_{su} = H_u, \quad h_c = h_{wc} = h_{sc} = H_c \\ t > 0, \quad r = r_w & \quad ; \quad Q_o = \text{const.}, \quad Q_{su} = 2\pi r_w K (h_{su} - h_{wu})^{\frac{1}{2}} (2h_{su} + h_{wu})/3, \quad h_u = h_{su} \\ & \quad Q_{sc} = 2\pi r_w K D (h_{sc} - h_{wc})^{\frac{1}{2}}, \quad h_c = h_{sc} \\ r = R & \quad ; \quad h_u = H_u, \quad h_c = H_c \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

(4) を (5) の条件で解くと, これは, すぐに明らかになるように, 次のようになる.

$$h_c = H - \frac{Q_{su}}{4\pi K_c D} e^{-\frac{u}{r_w}} \int_{u_r}^{\frac{u}{r_w}} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (6), \quad h_{sc} = H - \frac{Q_{su}}{4\pi K_c D} e^{-\frac{u}{r_w}} \int_{u_r}^{\frac{u}{r_w}} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (7)$$

以上の各式を無次元化すると, 次のようになる.

$$\frac{d g_{sc}}{d \xi} = 2 S' (Z_s - Z_o) \quad (8), \quad Z_{su} = \alpha_c (g_{su} - g_{wu})^{\frac{1}{2}} (2g_{su} + g_{wu})/3 \quad (9), \quad Z_{sc} = \alpha_c (g_{sc} - g_{wc})^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$Z_s = \alpha_c \{ (g_{su} - g_{wu})^{\frac{1}{2}} (2g_{su} + g_{wu})/3 + A \cdot g_{sc}^{\frac{1}{2}} + (g_{sc} - g_{wc})^{\frac{1}{2}} \} \quad (11), \quad \frac{d g_u}{d \xi} = \frac{Z_u}{\xi g_u}, \quad \frac{d Z_u}{d \xi} = -\frac{3}{2} \frac{Z_u^2}{g_u} \quad (12)$$

$$g_c = 1 - \frac{1}{2} Z_{sc} e^{-\frac{u}{r_w}} \int_{u_r}^{\frac{u}{r_w}} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (13), \quad g_{sc} = 1 - \frac{1}{2} Z_{sc} e^{-\frac{u}{r_w}} \int_{u_r}^{\frac{u}{r_w}} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} (12) \text{に対する初期及び境界条件は,} \quad & \tau_u \leq 0, \quad ; \quad Z_o = 0, \quad g_{su} = g_{wu} = g_u = 1 \\ & \tau_u > 0, \quad \xi = 1; \quad Z_u = Z_{su}, \quad Z_o = \text{const.} \\ & \xi = R m; \quad g_u = 1 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

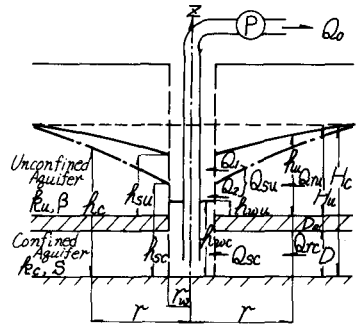


図1. 不圧, 被圧の両帯水層より揚水する場合の一般図.

2-2. 2つの被圧帯水層から揚水する場合.

$$Z_{SI} = \alpha_I (q_{SI} - q_{WI})^{\frac{1}{2}} \quad (17), \quad Z_{SII} = \alpha_{II} (q_{SII} - q_{WII})^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$Z_s = \sqrt{\pi} \left[(q_1 - q_{1s})^{\frac{1}{2}} D_1 q_{1s}^{\frac{1}{2}} + (q_2 - q_{2s})^{\frac{1}{2}} \right] \quad (19) \quad q_1 = 1 - \frac{1}{3} Z_s^2 e^{\frac{4}{3} Z_s} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (20)$$

$$Q_{cr} = 1 - \frac{1}{2} \gamma_{cr} e^{k_{cr} \sqrt{L R}} \frac{e^{-k_{cr}}}{k_{cr}} dH \quad (21)$$

$$q_+ = 1 - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikr} \left(\frac{1}{k} \right) dk \quad (22)$$

$$P = 1 - \int_0^1 \int_0^1 e^{-u} e^{-v} e^{-uv} du dv \quad (23)$$

4 結論

今後は、仮定条件の iii と iv, すなわち、漏水のある場合、及び、各帯水層の熱水頭が異なる場合について検討をする必要がある。

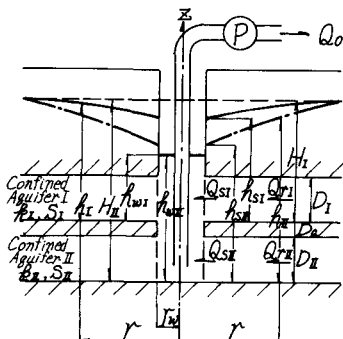
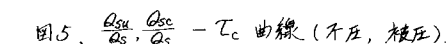


図2. 2つの被圧帯水層の場合

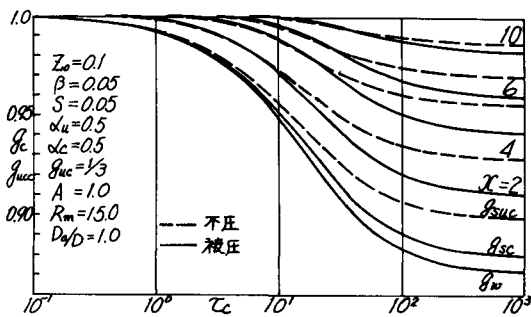


圖3, $g_c, g_{ucc} \sim T_c$ 曲線(不壓, 被壓), $(g_{ucc} = \frac{R_u + D_u + D}{H_c})$

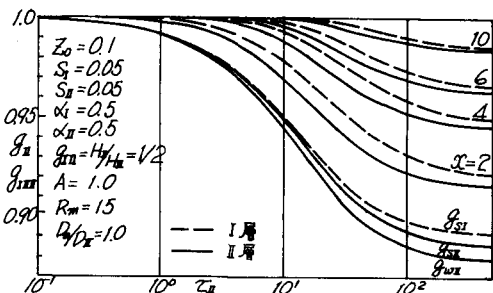


圖4, $g_{II}, g_{III} - \tau_{II}$ 曲線 (被压, 被压), $(g_{IV} = \frac{R_s + D + D}{H_s})$

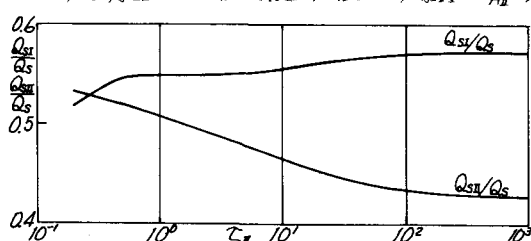


圖 6. $\frac{Q_{SI}}{Q_s}, \frac{Q_{SII}}{Q_s} - \tau_{II}$ 曲線 (被壓, 被壓)