II-354　浸透流と降雨の基本的関係について

東京工業大学工学部　正会員　○山田　正
早稲田大学理工学部　正会員　吉川　秀夫

1. 序論　一般に急傾斜の山地流域に降った雨は様々な経路を辿って河川にまで達するであろう。そのうち地中あるいは表土層の空隙率の大きい土壌中を流れる水の挙動は今日まで屋外観察や，室内実験によってかなりはっきりした知識が蓄積されて来ている。しかしそれらのいわば現場の知見がそのまま降雨流出系の解析に直接役立っているとは必ずしも言い切れないであろう。本研究は上述の急傾斜山地流域に降った雨が表土層中を鉛直に浸透し，斜面方向に一定の勾配をもった不透水層に達した後の斜面方向に流下を始めた雨水の挙動を解析的に調べたものである。なお解析では浸透流をDarcy，non-Darcy則域に限定することはしないが，毛管現象や水みち流出等の水文学上重要な諸効果は取り上げず，飽和浸透流として扱っている。著者らはこの様な考え方をさらに拡張することによって上記の省略した現象を今後究明したいと考えている。

2. 理論　ここでは先に述べた様に浸透流をDarcy則域に限ることなく，より一般的に扱うために，次式の浸透流の抵抗係数$\bar{f}$を用いる.(文献(1)参照)

$$\bar{f}=\frac{80}{Rep}+\frac{2}{3}\frac{\lambda}{1-\lambda}\left(\frac{1}{s}-1\right)^2,\quad Rep=\frac{2}{3}\frac{vd}{(1-\lambda)\nu},\quad i=90\frac{\nu(1-\lambda)^2}{d^2 g\lambda^3}v+\frac{1}{2dg\lambda^2}\left(\frac{1}{s}-1\right)^2 v^2 \qquad (1)$$

ここにvはみかけの流速，λ，dはそれぞれ浸透場の空隙率，粒径，他は通常の記法に従っている。この(1)式の右端の式をvに関する2次代数方程式として見ることにより，みかけの流速vを求めることが出来る。

次に今考えている降雨流出系の模式図を図-1に示すと，このとき浸透流の基本式は次の(2)，(3)式となる。

運動方程式　$$-i+\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{3\bar{f}(1-\lambda)}{4d\lambda^3 g}v^2+\frac{1}{\lambda^2}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{v^2}{2g}\right)+\frac{1}{g\lambda}\frac{\partial v}{\partial x}=0 \qquad (2)$$

連続式　$$\lambda\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{\partial (hv)}{\partial x}=r(t) \qquad (3)$$

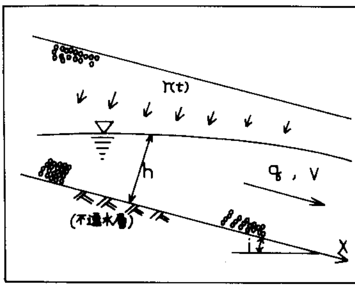


図-1. 降雨流出系の模式図

ここで(2)式のオーダーを比較すると，急傾斜地のもとでは左辺の最初の3項が他の項より圧倒的に大きい。よってそれらの項の和＝0の式を(3)式に代入する。このとき単位巾当りの流量$q(t,x)$は$i\gg\partial h/\partial x$の条件のもとでは$q(t,x)\cong vh$より$q$に関する次の基本式を得る。

$$\frac{\partial q}{\partial t}+v_0'\frac{\partial q}{\partial x}-\frac{q}{2i\lambda}\frac{\partial^2 q}{\partial x^2}=r(t)\cdot v_0' \qquad (4)$$

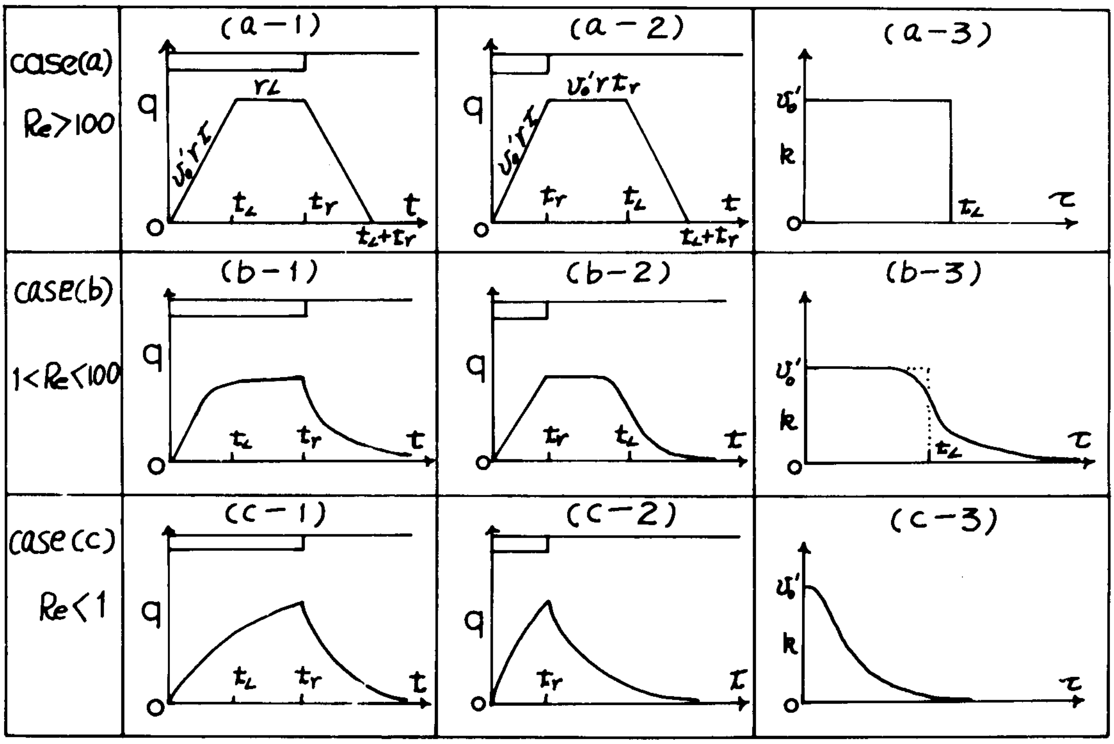
ここに$v_0'=v/\lambda$であり真の流速である。(4)式が以後の浸透流の一般式となる。ここで(4)式において左辺才3項は非線型の拡散項であり，$q/2i\lambda$を拡散係数としている。一般に拡散係数の関数形はそのオーダーに比べて重要ではないことより，$q/2i\lambda=q_0/2i\lambda=const.$として以後取り扱う。次に$x=L$での$q(t,L)$を求めるために(4)式を$v_0'$，$L$を用いて無次元化すると拡散項に$1/Re=q_0/2i\lambda L v_0'$という形のパラメターが掛ってくる。よって$q(t,L)$はこのパラメター$Re$の大小によって大略が決ってくる。($Re$＝移流項/拡散係数より，レイノルズ数と同様の意味を持つ)　次に(4)式の解を求めてみる。まず(4)式の拡散係数$q/2i\lambda=q_0/2i\lambda$とおき，次にLaplace変換を施す。$q(t,x)\supset Q(P,x)$としたとき$Q(P,x)$に関する方程式が得られ，これを解きLaplace逆変換を行って後$q(t,x)$の解を得る。式展開の細部を省略して以下の(5)～(7)式を得る。ここにerf(　)は誤差関数であり，$a=q_0/2i\lambda$，$b=v_0'$である。(5)式からわかる様に解$q(t,x)$はconvolutionの形で

表わされている。次に先に述べたパラメーター Re の大小に応じて変化する $q(t,x)$, $k(\tau,x)$ のグラフを図−2に示しておく。ここに(5)式の $k(\tau,x)$ は応答関数であるとともに，いわゆる瞬間単位図になっている。

$$q(t,x) = \int_0^t r(\tau)\cdot k(\tau,x)\, d\tau \qquad (5)$$

$$k(\tau,x) = v_0'\left\{1-\exp\left(\frac{bx}{2a}\right)G(\tau,x)\right\} \qquad (6)$$

$$G(\tau,x) = \frac{1}{2}\Big[2\cosh\left(\frac{bx}{2a}\right)-\exp\left(\frac{bx}{2a}\right)\mathrm{erf}\left(\sqrt{b^2t/4a}+x/2\sqrt{at}\right)$$
$$+\exp\left(-\frac{bx}{2a}\right)\mathrm{erf}\left(\sqrt{b^2t/4a}-x/2\sqrt{at}\right)\Big] \qquad (7)$$



ところで CASE(a) は $Re>100$ の場合であるが図では $Re\to\infty$ の場合を示している。この図からわかる様に $Re\to\infty$ 即ち移流項が拡散項に比べて支配的な場合がいわゆる合理式になっていることがわかる。また CASE(C) の場合の $k(\tau,x)$ グラフからわかる様に $\propto e^{-\alpha\tau}$ の形に最も近い。即ちタンクモデルの応答関数に似ている。このことからタンク1つのもつ意味は浸透流において拡散項が移流項に比べて卓越している浸透流に相当していると言うことであろう。又(4)式からわかる様に，浸透流の基本式は一定の移流速度をもつ時間に関して1階の微分方程式であり双曲型をしている。つまり特性曲線は下流に向うただ1本であり，Kinematic wave として浸透流を考えることが出来ること[3]を示している。なお(4)式は浸透流の一般式として導いたものであるが，はじめから Darcy 則を仮定して式展開を行うと $v_0'=ki/\lambda$ と置くことにより(4)式と全く同じ式を得ることが出来ることを付け加えておく。おわりに　上記の理論展開をもとに今後山地流域の流出問題を詳細に検討していく予定である。

参考文献 (1) 吉川・山田ら，浸透流に関する水理学的研究 I,II,III,IV，東京工業大学土木工学科研究報告投稿中．(2) 高棹琢馬・金丸昭治著「水文学」朝倉書店，(3) 石原安雄・小葉竹重機；京都大学防災研究所年報オ15号B，(1972)