

1. まえがき

沿岸帯水層への塩水侵入は、その地方の地下水の水質及び使用可能淡水量に極めて大きな障害を与える。この塩水侵入に関しては、従来より種々の方法で研究が行われ、多数の知見を得ている。¹⁾しかし、これらの研究の大部分は、海水・淡水を非混合性流体と仮定し、移動境界面問題として界面の移動量及び位置の解明に主眼が置かれている。このため、地下水水質を悪化させる溶解塩分の移動・分布状態を十分に予測することができない。本文は塩淡水の拡散混合現象に注目し、地下水流の運動方程式と溶解塩分の輸送方程式とを連成させ多孔質体内の塩分の移動とその濃度分布を数値解析により予測を行ない塩水拡散現象の基本的特性を把握するものである。

2. 重味付残差法による定式化

臨海域に見られる塩水侵入は高濃度であるため、塩分濃度、流体密度及び流速が相互に連成し非均質流体として解析を行わなければならない。本解析では、重味付残差法の一つ *Galerkin* 法で定式化を行ない、解析領域の空間離散化には四節点アイソパラメトリック要素を用いた。塩水拡散現象に関しては、分子拡散の塩水拡散に対する寄与は微小であると仮定して乱流及び移流分散を考慮する。

地下水の流れが *Darcy* 則に従うと仮定すると、運動方程式は(1)式で与えられる。

$$\nabla = -\frac{k}{\lambda \mu} (\nabla p + \rho g \nabla y) \quad \dots (1)$$

上式中 ∇ : 実流速, k : 真の透水係数, λ : 空率率, μ : 粘度係数, ρ : 密度, p : 圧力, g : 重力加速度, y : 基準面から任意点までの高さ。

連続の式は圧力伝播に比較して密度の経時変化は遅いと考えられるので(2)式で表わす。

$$\nabla \cdot (\rho \nabla) = \rho \nabla \cdot \nabla + \nabla \cdot \rho \nabla = 0 \quad \dots (2)$$

溶解塩分に関する拡散方程式は、連続の式に *Fick* の第1則を適用して(3)式で与えられる。

$$\partial C / \partial t + \nabla \cdot \nabla C + \nabla \cdot \nabla C - \nabla \cdot (\partial \nabla C) = 0 \quad \dots (3)$$

ここで、 C : 溶解塩分の質量濃度, ∂ : 拡散係数。

密度と濃度との関係は次式に示される経験式を用いる。 $\rho = \rho_f + (1-E)C \quad \dots (4)$

ここで、 ρ_f : 淡水密度, E : 定数(海水では $E=0.3$)

$$(7) \text{式において, } A_{ij} = \iint_R \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^4 (P_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + P_k \frac{\partial N_k}{\partial x} N_j) N_i & \sum_{k=1}^4 (P_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial y} + P_k \frac{\partial N_k}{\partial y} N_j) N_i & 0 \\ N_i N_j & 0 & N_i \frac{k}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial x} \\ 0 & N_i N_j & N_i \frac{k}{\mu} \frac{\partial N_j}{\partial y} \end{bmatrix} dx dy$$

$$X_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ p_i \end{Bmatrix} \quad F_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \iint_R N_i \frac{k \rho}{\mu} \sum_{k=1}^4 P_k N_k dx dy \end{Bmatrix}$$

$$(8) \text{式において, } B_{ij} = \iint_R \left\{ \sum_{k=1}^4 \left(u_k \frac{\partial N_k}{\partial x} + v_k \frac{\partial N_k}{\partial y} \right) N_i N_j + (u_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial x} + v_k N_k \frac{\partial N_j}{\partial y}) N_i \right\} + \partial_x \frac{\partial N_j}{\partial x} \frac{\partial N_i}{\partial x} + \partial_y \frac{\partial N_j}{\partial y} \frac{\partial N_i}{\partial y} \right\} dx dy$$

(1)~(3)式に *Galerkin* 法を用いて定式化する。

ここで求める未知量、流速と濃度との近似解を次の一次多項式の試行関数で表示する。

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^4 N_i u_i, \quad \bar{v} = \sum_{i=1}^4 N_i v_i, \quad \bar{C} = \sum_{i=1}^4 N_i C_i \quad \dots (5)$$

ここで、 i : 要素の節点, N_i : 形状関数。

形状関数 N_i は自然座標系を用いて次式で示される。

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) \quad \dots (6)$$

Galerkin 法の詳細は他書に譲るとして、この方法の概略を述べると:

(5)式で与えられた近似解を原微分方程式(1)~(3)式に代入する。このとき生ずる残差に重味を付けて与えられた領域内で積分を行ない、これを平均的に零とする。

この方法では、(6)式で与えられる形状関数を重味とする。このような操作により最終的に次の二式を得る。

$$\text{地下水流に関して: } [A] \{X\} = \{F\} \quad \dots (7)$$

$$\text{塩分輸送に関して: } [B] \{C\} + [D] \{dC/dt\} = \{G\} \quad \dots (8)$$

$$D_{c\vec{f}} = N_c N_f, \quad G_c = \int_{\vec{f}} V_m \cdot n \, N_c dS$$

上式中、 V_m :境界 S を通過する質量フラックス、 n :境界に立てた外向法線。

(8)式中には時間微分項が含まれているため、本解析においては計算機容量の軽減を図るため陽型式差分法を使用した。また(3)式は非線形であるため、流速、濃度が同時に適合するように繰返し手法を用いて許容値以内になったとき、収束したとして次の時間レベルに進み同じ操作を繰返す方法により濃度分布を求める。

3. 解析結果及び考察

図-1は右方の塩水域から砂層に塩水が侵入し、その後定常状態に達した際の塩分等濃度線を示してある。また同図には、塩・淡水の拡散の有無により現象がいかに異なるかを比較するため非混合同時流の解析結果も併せて載せてある。本解析で用いた砂層、流体の特性は以下の通りである。

水平方向拡散係数 $D_x = 0.02 \text{ cm}^2/\text{sec}$,
鉛直方向拡散係数 $D_y = 0.002 \text{ cm}^2/\text{sec}$,
透水係数 $K = 0.29 \text{ cm/sec}$, 淡水密度 $\rho_f = 1.00$, 塩水密度 $\rho_s = 1.025$ 。

図-2は、上記定常時の流速状況を示してある。以上の結果から侵入した塩水は、始め水平方向に流動するが、拡散によって徐々に密度が減少し向上に方向を転じ最終的に淡水流により再び塩水域に流送される、いわゆる循環流が形成される。一方、非混合同時流として解析した結果では、内部界面は砂層を横断し左方の淡水域まで達する。この場合、砂層の左半部では揚水が可能と思われるが、拡散を考慮した結果では塩水化されておき良水質の淡水はごく限られた領域のみにあることが認められる。図-3は $D_x = 0.2 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $D_y = 0.002 \text{ cm}^2/\text{sec}$ とした場合の0.5等濃度線の経時変化を示す。図に示した状態は最初、砂層内の塩分濃度を零としている。侵入初期では、水平方向の流れが卓越し、かつ底盤が不透透性であるので等濃度線の先端は直立した形を呈している。

本解析では、拡散係数を予め既知量として使用したが、この解析例で得られた最大流速は、 $V = 0.003 \text{ cm/sec}$ 程度であり、いま塩水の分子拡散係数を $D_m = 1.5 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{sec}$ 、砂粒子直径 $d = 0.1 \text{ cm}$ とするとPéclet数は、 $Pe = Vd/D_m = 20$ となり、既往の研究結果から移流分散が卓越した状態であることが認められ、 D の値は妥当であるが、拡散係数の決定には、今後の研究を待たねばならない。

参考文献

- 1) たとえば、嶋 裕之:地下水(密度流的特問題), 1971年水工学に関する夏期研修会講義集, 1971
- 2) Connor, J.J and C.A. Brebbia, Finite Element Techniques For Fluid Flow, Newnes-Butterworths, 1976
- 3) 藤間 聡:有限要素法による媒体内自由水面形状解析, 土木学会北海道支部論文報告集 32号, 1976
- 4) Raudkivi, A.J and R.A. Callender, Analysis of Groundwater Flow, Edward Arnold, 1976

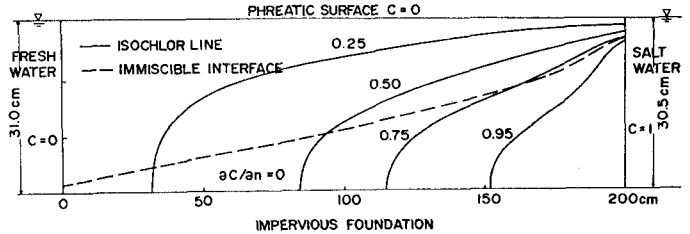


図-1 塩分濃度分布

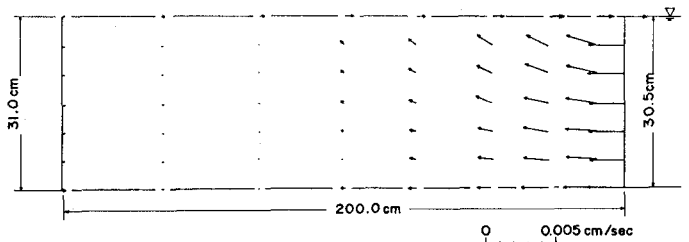


図-2 淡・塩水流向

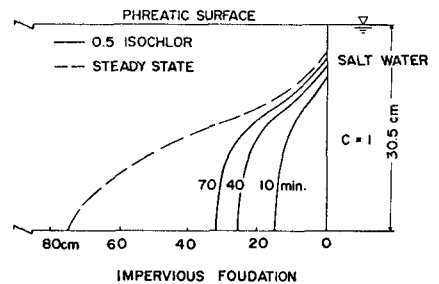


図-3 0.5等濃度線の経時変化