

熊本大学 工学部 正員 〇滝川 清

熊本大学 工学部 正員 田 判 幹 修

1. はじめに 本報告は、先に文献¹⁾で示した有限要素法による有限振幅波動の計算手法を用いて、実験水路における造波装置による発生波をモデルに数値の入力形式に関する検討と実験との比較を行ない、計算手法の検証と確立を図ったものであり、また、有限要素法の移動境界問題への拡張を行なったものである。

2. 計算方法 有限要素法による波動解析の手法は、水の波のポテンシャル理論による基礎式に直接変分原理を適用し、さらに解析境界での開境界処理を行ない、任意の海底形状および境界領域での非定常な波の運動を有限振幅性を含めて解析するものである。以下に概略を示す。図-1 に示す解析領域 $V(\eta)$ 内の水面波の運動は、速度ポテンシャル $\phi(x, y; t)$ を用いて表現される境界値問題として取り扱うことができ、これに対して次の汎関数 $\chi(t)$ を考える。

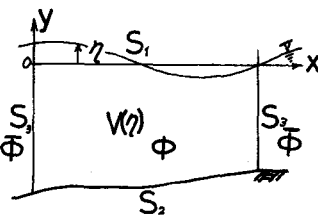


図-1 解析領域

$$\chi(t) = \frac{1}{2} \iint_{V(\eta)} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} dx dy + \frac{g}{2} \int_{S_1} \eta^2 dx + \int_{S_1} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \eta dx - \int_{S_3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right) \phi dS_3 \quad (1)$$

これに、有限要素法を用いて定式化を行ない変分原理を適用すれば良いが、 ϕ と η が独立な未知量であるので上式はこのままでは非線形である。そこで、増分法²⁾を導入して線形化を行ない、増分量 ϕ , $d\eta$ に関する多元連立方程式を導出できる。また、式(1)の右辺末尾項は、流体中の仮想境界面での量であり、 ϕ は領域外部での速度ポテンシャルである。この ϕ は一般に反射および通過波に関する未知量を含み次のように表わされる。

$$\text{入射位置: } \bar{\phi}_{\text{inc}} = \bar{\phi}_i + \bar{\phi}_r, \text{ 通過位置: } \bar{\phi}_{\text{out}} = \bar{\phi}_t \quad (\bar{\phi}_i: \text{入射波}, \bar{\phi}_r: \text{反射波}, \bar{\phi}_t: \text{通過波}) \quad (2)$$

したがって、この境界面での energy-flux の連続を考慮してこれを新たな条件式として、先に導出した方程式群と連立させて解析を進めて行くことができる。

さて、波の入射(この系への入力)は、 $\left(\frac{\partial \bar{\phi}_i}{\partial n} \right)$ と与えればよいが、今回は、この取り扱いに関して、図-2 に示すような造波方式に対し以下のような入力方法を考え、これによる計算結果と実験結果との比較を行なう。

①ポテンシャル理論による一次解の $\bar{\phi}_i$ を用

いる方法。すなわち、

$$\bar{\phi}_i = i \frac{ga}{\omega} \frac{\cosh k(h+y)}{\cosh kh} e^{i(kx - \omega t)} \quad (3)$$

さらに、 a は、図-2(a) ピストン型の時には

$$a = 4 \frac{\sinh^2 kh}{\sinh 2kh + 2kh} \cdot S_0 \quad (4)$$

また、解析上の入射位置は固定しておく。

②造波装置の移動量 η を用いる方法。

$$\frac{\partial \bar{\phi}_i}{\partial n} = \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

であるから、これを与える方法であり、また、入射位置は固定したままとする。

③入射位置の移動を行なう方法。②の方法

による入力を行ない、かつ逐次造波装置の移動位置に合わせて解析上の入射位置を移動させて計算する方法である。

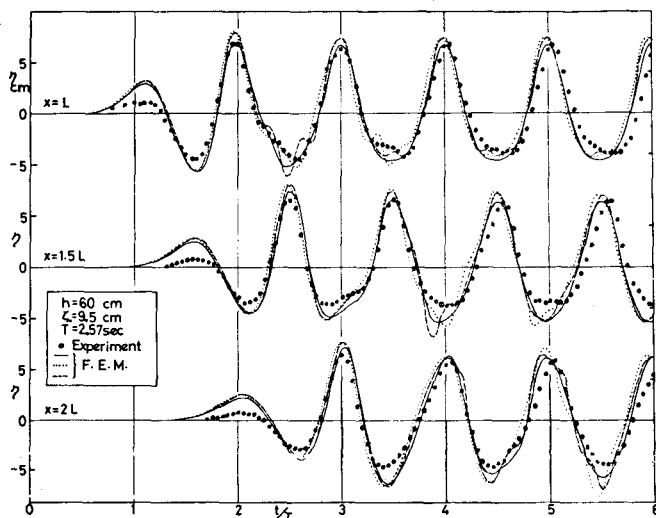


図-3

3. 実験および計算結果

表-1 は、ピストン型の造波装置を用いた実験の諸元である。実験の方法は造波装置から距離 $x=L$, $1.5L$, $2L$ の点に容量式液高計を設置し、レコーダーによる液高の収

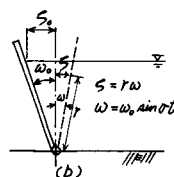
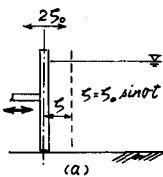


図2 造波方式

表-1 実験(ピストン型)諸元

	実験諸元			波形状		
	水深 h cm	移動量 S cm	周期 T sec	実験	①	②
Case 1	60	9.5	2.57	●		---
Case 2	40	21.2	4.1	●		---

録を行なった。また、計算に際しては、要素分割は、水深方向に10分割、水面上には $\Delta x/L = 1/20$ とし100分割とした。 $\Delta t/T = 1/20$ とし、 Δt 間のくり返し回数は3回で、初期条件は静水面であるとして、すべての点で0を与えている。

図-3 は、Case 1 の場合の実験および計算結果であって、 $x=L$, $1.5L$, $2L$ の点での表面変動量 η の時間変化を示したものである。図中・印は実験、他は表-1に示した各入力形式によるものである。これから、入力形式による波形の差は①②の境界を固定した場合に多少表われるが、③の方法によると実験波形によく一致した結果が得られている。いずれの入力方法にしても実験波高に対して1/10程度の誤差で計算を行なう事ができる。

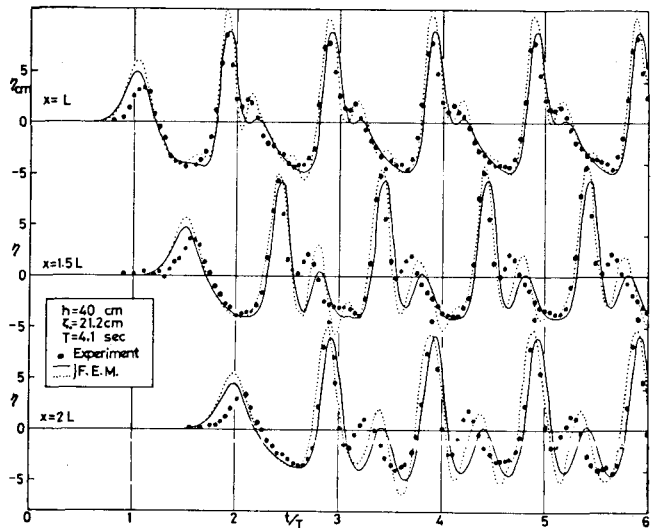


図-4

図-4 は、Case 2 の場合の同様の図である。波形からわかるように、soliton の発生している状況での計算結果であり、この種の波に対しても計算を行なう事ができる。

図-5 は、Case 2 の場合の③の入力形式による計算結果であり、空間波形を時刻 $x/L = 0.0 \sim 3.5$ まで描いたものである。実験中の観察によく一致して、静水面への波の浸入と波高の伝播状況が計算できているものと思われる。

以上、実験との比較によって、本解析手法が浅海波動の計算方法として十分活用できるものと思われる。また、ここに用いた移動境界の取り扱いの方法は、浮体の運動など、流体と構造物との連成系の問題に対しても適用することができると考えられる。

参考文献

- 1) 渡川, 田村; 有限要素法による波動解析について(予報) 第15回 海浜論議 1978.
- 2) Itogawa, M. and K. Washizu; Finite element method applied to analysis of flow over a spillway crest, Dep. Aeronautics, Univ. Tokyo

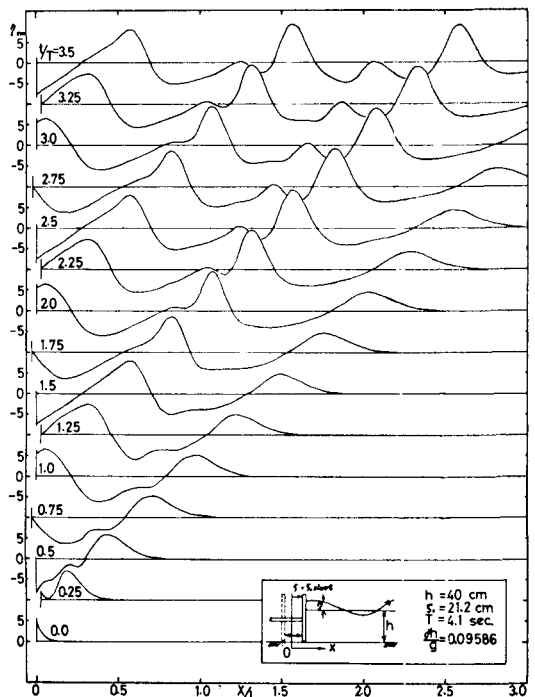


図-5