

徳島大学工学部 正員 三井 宏

1. Sommerfeld の解

省略した時間因子を $e^{i\omega t}$ とし、図-1 に示す座標を用いると、振幅 1, 入射角 α を持つ入射波 g_0 および反射波 g_1

$g_0 = e^{ip \cos(\theta - \alpha)}$, $g_1 = e^{ip \cos(\theta + \alpha)}$, $p = kr$, $k = 2\pi/L$
 に対する半無限防波堤周辺の Sommerfeld の解は次式で示される。

$$f = \pm 0.5 \{ \pm 1 + C + S + i(C - S) \} g_0 \pm 0.5 \{ \pm 1 + C' + S' + i(C' - S') \} g_1, \quad \alpha \neq 0, 2\pi \quad (1)$$

$\alpha = 0, 2\pi$ の場合には右辺全部に 0.5 を掛ける。ここに、 C および S は、

$$C \equiv \int_0^{101} \cos \frac{\pi}{2} u^2 du, \quad S \equiv \int_0^{101} \sin \frac{\pi}{2} u^2 du, \quad \sigma = 2\sqrt{\frac{p}{\pi}} \cos \frac{1}{2}(\theta - \alpha), \quad \sigma' = 2\sqrt{\frac{p}{\pi}} \cos \frac{1}{2}(\theta + \alpha)$$

と定義した Fresnel 積分で、 C および S は積分上限に σ' を用いたものである。式(1)中の複号はそれぞれ σ および σ' の符号を用いる。この解を実部 Re と虚部 Im に分けて以下に示す。

反射領域 ($0 \leq \theta \leq \pi - \alpha$)

$$Re = \cos \{ p \cos(\theta - \alpha) \} + \cos \{ p \cos(\theta + \alpha) \} - 0.5(\chi_1 + \chi_2) \quad (2)$$

$$Im = \sin \{ p \cos(\theta - \alpha) \} + \sin \{ p \cos(\theta + \alpha) \} - 0.5(\chi_1' + \chi_2') \quad (3)$$

入射領域 ($\pi - \alpha \leq \theta \leq \pi + \alpha$)

$$Re = \cos \{ p \cos(\theta - \alpha) \} - 0.5(\chi_1 - \chi_2) \quad (4) \quad Im = \sin \{ p \cos(\theta - \alpha) \} - 0.5(\chi_1' - \chi_2') \quad (5)$$

回折領域 ($\pi + \alpha \leq \theta \leq 2\pi$)

$$Re = 0.5(\chi_1 + \chi_2) \quad (6) \quad Im = 0.5(\chi_1' + \chi_2') \quad (7)$$

ここに、 χ は次式に示す散乱項である。

$$\chi_1 \equiv (1 - C - S) \cos \{ p \cos(\theta - \alpha) \} + (C - S) \sin \{ p \cos(\theta - \alpha) \}$$

$$\chi_2 \equiv (1 - C' - S') \cos \{ p \cos(\theta + \alpha) \} + (C' - S') \sin \{ p \cos(\theta + \alpha) \}$$

$$\chi_1' \equiv -(C - S) \cos \{ p \cos(\theta - \alpha) \} + (1 - C - S) \sin \{ p \cos(\theta - \alpha) \}$$

$$\chi_2' \equiv -(C' - S') \cos \{ p \cos(\theta + \alpha) \} + (1 - C' - S') \sin \{ p \cos(\theta + \alpha) \}$$

次式に示す Fresnel 積分の関数近似^{*)}は、精度は少し悪いが、こゝを用いるとプログラム式卓上計算機により、容易に半無限防波堤周辺の波高分布や波峰線模様を計算することが出来る。

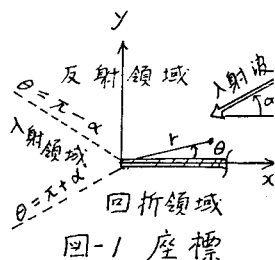
$$C = \frac{1}{2} + f(\sigma) \sin \frac{\pi}{2} \sigma^2 - g(\sigma) \cos \frac{\pi}{2} \sigma^2 \quad (8) \quad S = \frac{1}{2} - f(\sigma) \cos \frac{\pi}{2} \sigma^2 - g(\sigma) \sin \frac{\pi}{2} \sigma^2 \quad (9)$$

$$f(\sigma) = \frac{1 + 0.926\sigma}{2 + 1.792\sigma + 3.104\sigma^2} + \varepsilon(\sigma), \quad |\varepsilon(\sigma)| \leq 2 \times 10^{-3}$$

$$g(\sigma) = (2 + 4.142\sigma + 3.492\sigma^2 + 6.670\sigma^3)^{-1} + \varepsilon(\sigma)$$

2. 波峰線模様

式(1)の絶対値は波高比 K , 偏角は位相, 実数部は $t=0$ の水位である。ただし、入射波の振幅を 1 としているので、入射波高 1 に対する水位を求めるには、式(2), (4), (6)それぞれに 0.5 を掛けねばならない。このようにして計算した水位の極大値を連ねると波峰線が得られる。なお、合成波の等位相線は波峰線でないことをここに強調しておく。図-2(a)~(d)は卓上計算機により求めた波峰線および防波堤沖側壁面に沿う波高比 K である。図中の破線は入射領域と反射領域との境界線、一点鎖線は $\frac{3}{L} = \sqrt{3/4 \cdot (7/L + 3/16)}$ により求めた



この境界線を軸とする放物線であり、この放物線外部では、入射領域および反射領域の特長がそれぞれ明確に現れることを示すためのものである。各図の下部に記入してある曲線は、防波堤の沖側壁面に沿う波高比 K である。

3. マッハ型反射波について

マッハ型反射波の実験をやるとき、入射波向が極端に斜めになるため、模型壁面と水槽側壁との接点に発生した散乱波（側壁に消波材を置いて発生する）が長区間にわたって模型壁面付近に影響するので、単なる回折・散乱現象をマッハ型反射と見做やまないよう注意を要する。図-2(a)の放物線内部では入射領域から反射領域へと遷移する波峰線が見られ、放物線の右下の外部では斜め重複波特有のほぼ菱形網目模様の波峰線が見られる。波高比 K についても回折・散乱現象の典型的分布である。図-2(b)の場合、壁面付近にマッハ型反射波のような波峰線が出現し始める。(c)では堤沿い波高比は長区間2以下になってしまい、壁面付近の波峰線は、ジェット機によるマッハ波の地表面付近の形態と同じように、入射波より先に進んでいるように見える。(d)では散乱振幅が小さくなるため、入射波のみが存在するような波峰線模様となり、堤沿い波高比も長区間にわたって進行波の1に近い値になる。

図-3に示す配置の模型実験において、A点付近から反射波が明瞭に出現するため、AからB点方向に向かうマッハ・システムが発生するのように見える。また、斜め入射波に対する構造物の反射率を決定するための模型実験において、左と比べ図-2(c)や(d)の場合、放物線内部での波高により反射率を求めると、完全反射であっても0.5や0.7の値になってしまう。

最後に、本文に用いた図数近似および下記の参考文献を御教示頂いたジャパン・ビジネス・オートメーションの深田一郎主査に厚く感謝致します。

参考文献

* Abramowitz M. and I.A. Stegun (editors): Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables, Dover Pub., 1965, pp.300~302

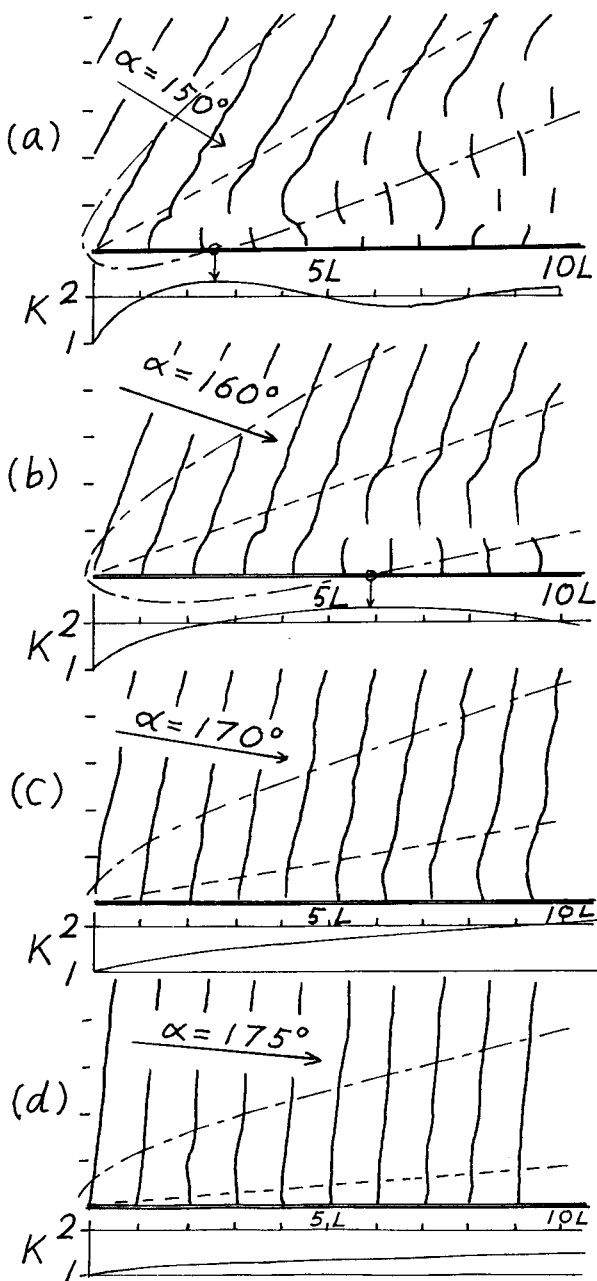


図-2 波峰線と壁面に沿う波高

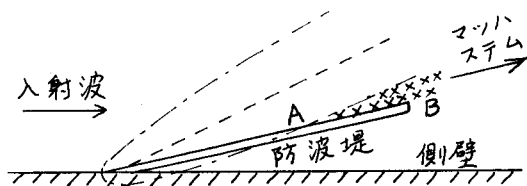


図-3 マッハシステムのような反射波