II-292　振動流中におかれた円柱に作用する抗力の表示法に関する一考察

東京工業大学工学部　正員　沢本正樹
I.N.A.新土木研究所　大庭正洋
東京工業大学工学部　柏井条介

1. はじめに

波などの振動流場におかれた物体に作用する流れ方向の力の表示には、ひろくモリソン式が用いられてきた。同式中の質量係数C_M, 抗力係数C_Dの見積りについては、いくつかの方法が提案され、かつデータの集積もなされている。しかし、モリソン式に対する疑問が、多くの研究者により指摘されていることも、また事実である。

本研究では、モリソン式の限界について考察し、さらにそれに代るべきものがあるとすれば、どのようなものが適当であるかを検討する。なお、本文中では、議論はすべて、$U = U_m \sin \omega t$ で表わされる正弦振動流中に、流れに直角におかれた直径Dの円柱に作用する流れ方向の力 F_X に限ることとする。

2. F_X の表示法とモリソン式の限界について

F_Xの表示法の優劣は、次の四つの観点から論じられなければならない。(i) F_Xを精度よく表現しうること。このことは、力のレベルばかりでなく、変動波形についても必要である。(ii) 物理的概念と整合すること。(iii) できる限り簡便な表現であること。(iv) 極限的な場合まで含めて表現しうること。

上記の観点から、モリソン式をも含めて、現在明らかである F_X の表示法を再点検してみよう。

① KC数$\left(\frac{U_m T}{D}\right)$が非常に小さい場合には、境界層近似が可能である。この場合、境界層外ではポテンシャル流れが、境界層内ではストークス流れが実現され、圧力分布の積分よりF_I, せん断応力の積分よりF_Dを求めると、

$$F_I = C_M \rho \pi \frac{D^2}{4} L \dot{U} \quad , \quad C_M = 2.0 \quad ; \quad F_D = \frac{7.87}{\sqrt{Re \cdot KC}} \rho U_m^2 D L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \qquad (1)$$

となる。F_Dを形式上Uに比例する項と、$\dot{U}$に比例する項とに分離しうるが、これをもってC_Mの変化と考えるのは、C_Mの物理的概念にはそぐわない。式(1)は、適用範囲を誤らなければ十分に正確と考えられる。

② 表示式の精度のみを重視するならば、

$$F_X = \sum A_n \sin(n \omega t + \varphi_n) \qquad (2)$$

といったフーリエ展開表示が最適である。A_n, φ_nは、KC, Re の関数として実験より定められる。しかし、これは、あくまでも数値処理の手法であり、物理的概念の面から難点があり、また、簡便さにも欠ける。

③ ポテンシャル渦を用いて流れの場を表現する場合、F_X は、

$$F_X = C_M \rho \pi \frac{D^2}{4} L \dot{U} + \sum^{\infty} \rho \Gamma_n L (v_n - v_n^*) \quad , \quad C_M = 2.0 \qquad (3)$$

となる。Γ_n は渦の強さ, v_n, v_n^*は渦およびその鏡像渦の流下速度のy方向成分である。この表現は、物理的説明としては優れているが、実際にはΓ_n, v_nの見積りは難しく、実用公式として定着することはないであろう。しかし、後流渦の有無にかかわらず$C_M = 2.0$となることは重要な意味をもつ。

④ モリソン式は、いうまでもなく、付加質量の概念と、定常流での抗力の概念を線型和したものであり、

$$F_I = C_M \rho \pi \frac{D^2}{4} L \dot{U} \quad , \quad F_D = C_D \rho D L \frac{U^2}{2} \quad , \quad F_X = F_I + F_D \qquad (4)$$

と表わされる。C_M, C_D は、二定点法、最小二乗法、フーリエ展開法、準定常近似法などの、適当な規準に従って決定される。よって、この式で算定されるF_Xは、そのレベルについては、規準の枠内においてなんらかの意味において最適の結果を与える。しかし、その変動波形については、従来より多くの疑問が指摘されている。著者らは、この点について調べるため、KC = 2.5～37.4の範囲で、フーリエ展開法によりC_M, C_Dを求め、モリソン式と実測のF_Xとの比較を行ない、次のような結論を得た。(i) $KC < 5$ では、渦の放出がなく$C_M \fallingdotseq 2.0$ となり、モリソン式は実測値をよく説明しうる。(ii) $KC > 30$ においても、モリソン式と実測値との一致はよい。

これは、モリソン式のもつ準定常性の仮定が満たされるためと解釈される。(iii) $5< KC<30$ では、モリソン式は変動波形に十分追随できず、特に、$10< KC<15$ で、それが著しくなる。同時に行なった可視化実験によると、$8< KC< 16$では、流れの半周期に顕著な渦が一つ放出されることが観察された[(1)]。渦の発達は当然、瞬間流速Uとは位相の遅れがあり、これにより流体力もU^2に比例する項で十分に表現しきれなかったと解釈できる。

さらに、モリソン式中のC_M, C_Dの概念について考えてみよう。C_M, C_D として理論ないし定常流での知見を用いてもなお、F_xがある程度表現される範囲であれば、モリソン式のもつ物理的概念は明白である。しかし、測定したF_xを、適当な数学的規準でC_MとC_Dに関する二つの項に分離するのであれば、それは、単にF_xを $\cos \omega t$ と $\sin \omega t\,|\sin \omega t|$ の二項よりなる級数に近似展開したことに相当し、物理的表現というより、むしろ、数学的表現の一つである有限フーリエ展開の変形と考える方が妥当である。

3. 新たな表示法の提案

前節の考察より、次の原則のもとにF_xを表現することを考える。(i) $KC \gg 1$ では、モリソン式と同じ形となる。(ii) $KC \ll 1$ で、式(1)をある程度まで近似しうる。(iii) 簡便さの点より、実験的に求めなければならない係数は二つまでとする。(iv) C_M については、式(3)に鑑み、常に2.0の値を保つと考える。

最終的に式(5)の表示を得た。式中 C_V, φ が、実験より定められる係数である。

$$F_x = C_M \rho \frac{\pi}{4} D^2 L \dot{U} + C_V \rho D L\, U(\omega t+\varphi)\,|U(\omega t+\varphi)| \qquad (5)$$

φは、$KC \ll 1$ では $\frac{\pi}{4}$に漸近し、KCの増加に従い、一旦負の値をとり、$KC \gg 1$ では 0 に漸近する。物理的には、F_xの原因となっている渦の発達と、瞬間流速との位相差と解釈される。C_Vは、抗力のレベルを表わし、渦の強さの指標と解釈される。

図1には、モリソン式と、式(5)を用いた場合のF_xの変動波形の再現性を比較した結果を示す。モリソン式では、$\omega t = 0, \pi$ で必ず $\dot{F}_x = 0$ となり、これが変動波形を追随しえない最大の理由となっているが、式(5)では、その点はかなり改良されている。$\omega t \fallingdotseq 0.5\pi$, 1.5π のF_xのピークは、$10< KC<20$で顕著であるが、これは、二係数表示である限り、モリソン式でも式(5)でも十分には追随しきれない。

図2(a),(b)には、C_V, φ の KC による変化を示す。φは $KC \gg 1$ で0になり、式(5)はモリソン式に一致する。KC が小さい場合にも多少の波形のゆがみはあるが、式(1)を近似しうることがわかる。

最後に、本研究は文部省科学研究費の補助を受けたことを付記し、謝意を表します。

参考文献 (1) 沢本・菊地, 第26回海岸工学講演会, 1979

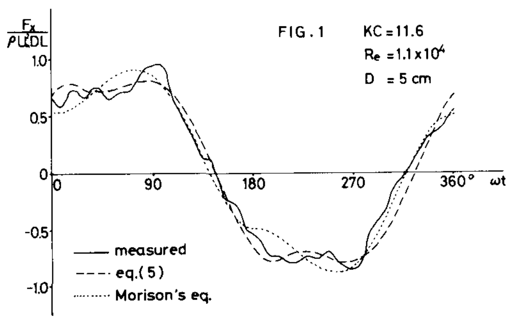

FIG.1

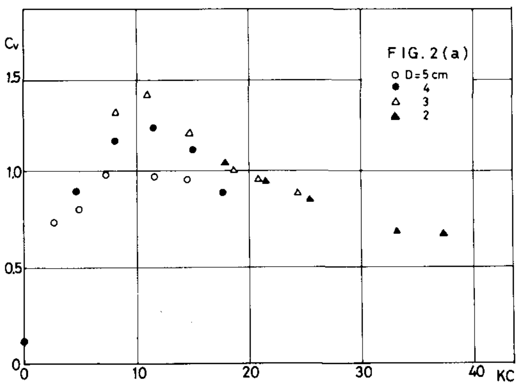

FIG.2(a)

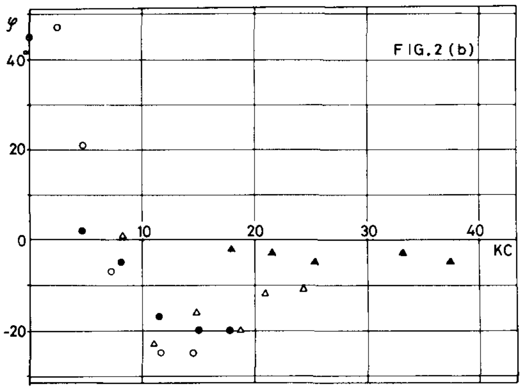

FIG.2(b)