

1. はしがき: これまで、底質の浮遊機構を究明するには、波動中における単一粒子の挙動特性を把握する必要があるという観点から、その運動と種々の角度から検討してきた。特に前報では、単一粒子がポテンシャル波動理論で表現できる波動中を運動する場合の速度や軌跡を、Tchen や Corrsin & Lumley の基礎運動方程式に基づいて考察し、従来の差分法および解析的解法による結果や実験値と比較検討した。その結果、用いる波動理論や抵抗係数の与え方によって単一粒子の運動にはかなりの相違が見られるが、一般的には、抵抗係数 $C_0 = 24\alpha/\rho_e$ ($\alpha \approx 4$) と仮定した場合の Corrsin & Lumley の式が従来の解析結果や実験値とかなりよく説明できることを示した。

本研究では、これまでの研究成果を踏まえて、単一粒子の挙動をさらに詳しく調べようとするもので、ここではまず最初に、進行波動中における単一粒子の沈降速度の変化特性と Corrsin & Lumley の基礎式に基づいて求め、これを実験値と比較検討する。次に、波動中での単一粒子の速度の実験値を用いて基礎運動方程式から抵抗係数を逆算し、その変化特性を調べるとともに、従来示されている定常流における Olson (1961) の実験式や前述の $C_0 = 24\alpha/\rho_e$ ($\alpha \approx 4$) の結果とも比較し、波動中でのこれらの式の適合性を検討する。さらに、既報にならって進行波動中での Basset 項の評価を行い、抵抗係数の推定に及ぼす Basset 項の影響の程度を調べる。

2. 解析方法: (1) 基礎方程式による単一粒子の速度の算出: ここでは、Corrsin & Lumley (1956) によって示された速度場が時・空間的に変動する場合の粒子の運動方程式と、高 Reynolds 数の場合の Tchen (1947) の式にならって表示し直した次式を用いて解析した。

$$M \frac{D^2 u_i}{Dt^2} = m \left[\frac{D(u_i)}{Dt} - \nu \frac{\partial^2 (u_i)}{\partial x_j \partial x_j} \right] - k \cdot m \frac{D}{Dt} \left[(u_i) - (u_j) \right] - C_0 \frac{\pi d^2 \rho}{4} \left[\frac{(u_i - u_j)^2}{2} - \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu} \int_{t_0}^t \frac{D[(u_i) - (u_j)]}{\sqrt{t - t_1}} dt_1 - g(M - m) \right] \quad (1)$$

ここで、上式中の suffix の f , p はそれぞれ液体および粒子の特性を示し、 $M = \frac{\pi d^3 \rho_p}{6}$, $m = \frac{\pi d^3 \rho_f}{6}$, μ は粘性係数, ρ_f , ρ_p はそれぞれ粒子および液体の密度, t_0 は starting time, $D/Dt = \partial/\partial t + (u_k) \partial/\partial x_k$, subscript の i, j, k は conventional Cartesian tensor の記号, k は virtual mass parameter, C_0 は抵抗係数である。ただし、実際の計算にあたっては、前報で示したように、式(1)の Basset 項と省略し、かつ $k=0.5$ および $C_0 = 24\alpha/\rho_e$ ($\rho_e = d(u_i - u_j)/\nu$; α は任意定数) のように仮定した基礎式を水平および鉛直方向成分に分けて表示し、それを差分化して単一粒子の水平および鉛直速度 (u_p , w_p) を求めた。

(2) 抵抗係数の推定法: 式(1)で表わされる基礎式を水平および鉛直方向成分に分けて表示し、それから水平および鉛直方向の抵抗係数 C_{0u} , C_{0w} を求めれば、それぞれ次式のようにならわされる。

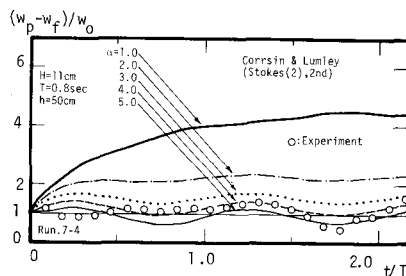
$$C_{0u} = \frac{8}{\pi d^3 \rho_f (u_p - u_f)^2} \left\{ -(M + km) \frac{du_p}{dt} + (m + km) \frac{\partial u_f}{\partial t} - \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu} \int_{t_0}^t \left(\frac{du_f}{dt_1} - \frac{\partial u_f}{\partial t_1} \right) dt_1 + m \left\{ u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + w_f \frac{\partial u_f}{\partial z} - \nu \left(\frac{\partial^2 u_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_f}{\partial z^2} \right) \right\} + km \left(u_p \frac{\partial u_f}{\partial x} + w_p \frac{\partial u_f}{\partial z} \right) + \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu} \int_{t_0}^t \left[u_f \frac{\partial u_f}{\partial x} + w_f \frac{\partial u_f}{\partial z} \right] dt_1 - g(M - m) \right\} \quad (2)$$

$$C_{0w} = \frac{8}{\pi d^3 \rho_f (w_p - w_f)^2} \left\{ -(M + km) \frac{dw_p}{dt} + (m + km) \frac{\partial w_f}{\partial t} - \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu} \int_{t_0}^t \left(\frac{dw_f}{dt_1} - \frac{\partial w_f}{\partial t_1} \right) dt_1 + m \left\{ u_f \frac{\partial w_f}{\partial x} + w_f \frac{\partial w_f}{\partial z} - \nu \left(\frac{\partial^2 w_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_f}{\partial z^2} \right) \right\} + km \left(u_p \frac{\partial w_f}{\partial x} + w_p \frac{\partial w_f}{\partial z} \right) + \frac{3}{2} d^2 \sqrt{\pi \rho_f \mu} \int_{t_0}^t \left[w_f \frac{\partial w_f}{\partial x} + u_f \frac{\partial w_f}{\partial z} \right] dt_1 - g(M - m) \right\} \quad (3)$$

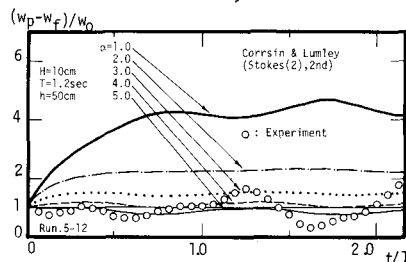
これらの式を差分化して、Basset 項と考慮する場合としない場合に分けて抵抗係数を逆算した。ただしここでは、式中の u_p , w_p は単一粒子の速度の実験値と、 u_f , w_f は波速の式で定義に基づく Stokes 波の第一近似解を適用し、さらに $k=0.5$ とし計算した。

3. 解析結果および考察:

(1) 波動中における単一粒子の沈降速度の変化: 図-1 (1), (2) は波動中における単一粒子と水粒子の鉛直方向の相対速度差 $(w_p - w_f)$ と静水での単一粒子の沈降速度 w_0 との割った値の計算値と実験値を比較したもので、いわゆる波運動に伴って単一粒子の沈降速度がどのように変化するかを示したものである。これらの図から明らかなように、計算値は α の増大につれて周期的に変化するようになり、 $\alpha=4$ のときが最も実験値に近く、しかも $0 < \zeta/T < 1$ の場合を除けば、その傾向もほぼ実験値と類似しているようである。特に、単一粒子が波の峰の下 (図で $1 < \zeta/T < 1.5$) で運動する場合には、 $(w_p - w_f)/w_0 > 1$ となり、逆に谷の下では $(w_p - w_f)/w_0 < 1$ となっていることは、単一粒子が波動中に運動する場合には波の位相によって静水での沈降速度より大きくなったり小さくなったりすることと意味し、底質の浮遊機構と論じる場合非常に重要なことであると思われる。



(1) $T=0.8 \text{ sec}$, $H=11 \text{ cm}$, $h=50 \text{ cm}$ の場合



(2) $T=1.2 \text{ sec}$, $H=10 \text{ cm}$, $h=50 \text{ cm}$ の場合

図-1 波動中での単一粒子の沈降速度の変化

(2) 抵抗係数の変化: 図-2 および 3 は前述の方法に基づいて単一粒子の波動中での抵抗係数の変化を逆算した結果と、従来の Olson の結果 ($C_{UD} = \frac{24\alpha}{Re_w} (1 + \frac{1}{3} Re_w)^{1/2}$; $Re_w = \alpha(w_p - w_f)/\nu$, $C_{WD} = \frac{24}{Re_w} (1 + \frac{1}{3} Re_w)^{1/2}$; $Re_w = \alpha(w_p - w_f)/\nu$) と $C_D = \frac{24}{Re} (\alpha=3 \sim 4)$ の結果と比較したもので、図-2 は鉛直方向の抵抗係数、図-3 は水平方向のそれの 1 例を示したものである。図中の記号 C_{UD} および C_{WD} はそれぞれ Basset 項を含む式(2)および式(3)から推定した結果、 C_{UD} および C_{WD} はそれぞれ式(2)および(3)から Basset 項を省略した式に基づいて推定した結果、 $BTU1$ および $BTW1$ はそれぞれ水平および鉛直方向の Basset 項の値と重力項の比の値と Tchen の式に基づいて計算した結果、 $BTU2$ および $BTW2$ は Corrsin & Lumley の式に基づく結果を示す。図-2 から明らかなように、式(3)から逆算した鉛直方向の抵抗係数は、波の位相によってかなり著しく変動しているが、平均的にはその変動の傾向や大きさのオーダーは Olson や著者の式の結果とほぼ類似しており、特に Olson の式の結果と著者の $C_D = \frac{24}{Re}$ のそれとがかなり類似していることは興味深い。一方、水平抵抗係数の場合には、そのような傾向はなく、計算値と実験値との差異は著しく、正負に大きく変動している。また、進行波動中における Basset 項の重力項に対する比の値は高々 20~30% 程度であって、抵抗係数の推定に及ぼす Basset 項の効果は、あまりないようである。最後に御指導と賜った岩坪准一教授に心から感謝の意を表す。

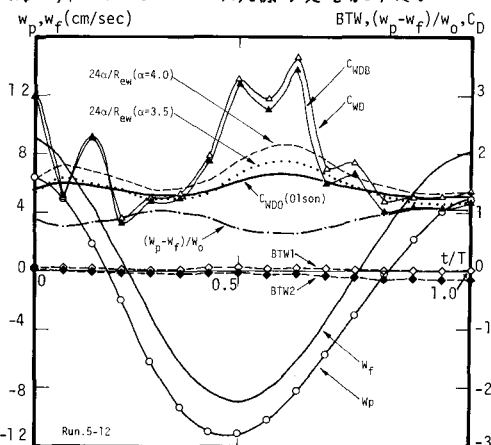


図-2 波動中での鉛直方向の抵抗係数の変化

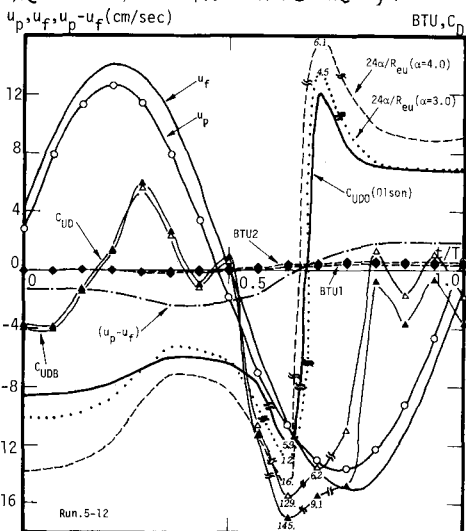


図-3 波動中での水平方向の抵抗係数の変化