

九州大学 大学院 学生員 菅原 稔
九州大学 工学部 正 員 椿 東一郎
九州大学 工学部 正 員 小松 利光

1. まえがき

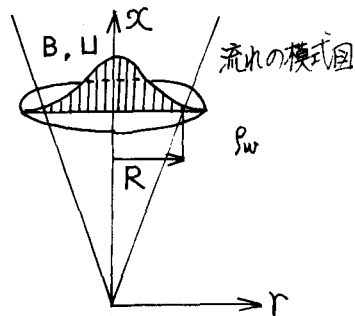
静止した一様密度 ρ_w の流体中に密度 ρ_0 の流体($\rho_0 < \rho_w$)を断面積 A_0 の放出口より初期速度 U_0 で放出させる鉛直上昇カプルームの浮上拡散についてはAbraham, Priestley, 林らにより研究が行われ、確立領域についてはかなりの程度明らかにされている。一方Potential coreの存在する形成領域については、浮力の効果により縮流などの複雑な挙動を示すにもかかわらず、簡単に幾何学的に処理されているにすぎない。今回我々は形成領域における理論解析を行い、確立領域におけるPriestleyの解と接続することにより幅広い出口内部Froude数に対して良く成立する理論解を得たので報告する。

2. 理論的解析

(確立領域) 仮想原点を考え、拡がり幅の半径方向に r 軸、鉛直方向に x 軸を考える。基礎式としては平均流速(U, W)、その変動分(u, w)単位質量当りの浮力を $B = g(\rho_w - \rho_0)/\rho_w$ とすると、次のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x}(rU B) + \frac{\partial}{\partial r}(rWB) = -\frac{\partial}{\partial r}(r\overline{wb}) \quad (\text{拡散方程式}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(rU^2) + \frac{\partial}{\partial r}(rWU) = \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot \frac{\tau}{\rho}) + rB \quad (\text{運動方程式}) \quad (2)$$



ここで、浮力、流速およびせん断力の分布に対し相似性を仮定する。図-1 (仮想原点)
 $U = U_c f(\eta), B = B_c h(\eta), \tau/\rho = \frac{1}{2} U_c^2 j(\eta), \eta = r/R \quad (3)$, ここに U_c, B_c は軸上の流速および浮力である。(3)式を用いて(1), (2)式を $r=0 \sim \infty$ で積分すると、 $f = h = \exp(-0.5\eta^2)$ の分布形を用いることで簡単な形をとり(4), (5)式となる。

$$\frac{d}{dx}[R^2 U_c B_c] = 0 \quad (4) , \quad \frac{d}{dx}[R^2 U_c^2] = 2 B_c R^2 \quad (5)$$

また(2)式に U をかけて $r=0 \sim \infty$ で積分すると平均流エネルギーの方程式として(6)式となる。

$$\frac{d}{dx}[R^2 U_c^3] = -C R U_c^3 + 3 R^2 B_c U_c \quad (6) \quad \text{ここに, } C = \int_0^\infty \eta f \frac{\partial f}{\partial \eta} / \int_0^\infty \eta f^3 d\eta$$

(6) $\times 2 - (5) \times U_c$ の操作により $dR/dx = C \quad (7)$ となり、仮想原点 $x=0$ で $R=0$ であるから $R = Cx \quad (8)$ が得られる。(8)式を(6)式に代入すると U_c に関するBernoulli型の微分方程式となり、Priestleyや林らによって得られた U_c および B_c の解析解が得られる。

$$U_c = \left\{ \frac{3 N_0}{2 \pi c^2} \frac{1}{x} + \frac{C_1}{x^3} \right\}^{1/3} \quad (9) \quad B_c = \frac{N_0}{\pi c^2} \frac{1}{x^2} \left\{ \frac{3 N_0}{2 \pi c^2} \frac{1}{x} + \frac{C_1}{x^3} \right\}^{1/3} \quad (10)$$

ここに N_0 は浮力fluxで $N_0 = A_0 U_0 B_0$ (B_0 は放出口における浮力)で与え、 C_1 は仮想原点でのmomentum flux M_0 で表わされ、 $C_1 = (C'/\pi c^2)^{1/2} M_0^{1/2}$ (11) となる。 C の値はRouseらの実験結果より林と同様 $C=0.084$ を用いる。式(9), (10)を用いるにあたって実際の放出口と仮想原点の位置関係および M_0 の詳細が次の問題となる。

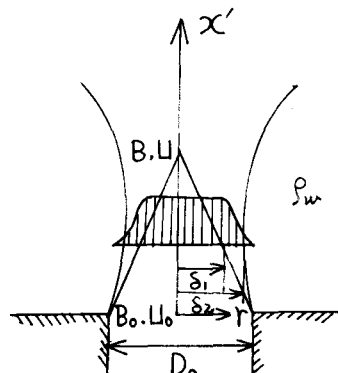


図-2 流れの模式図

(形成領域) 形成領域はcore部分と混合領域とからなる。core部も浮力の影響を受けて加速されるため流速は増加する。流速・浮力分布を次のように考える。core内ではr方向に一定で混合領域内で相似性を仮定する。

流速分布 (i) $0 \leq r \leq \delta_1$; $U=U_c$, (ii) $\delta_1 \leq r$; $U=U_c f(\eta)$

浮力分布 (i) $0 \leq r \leq \delta_1$; $B=B_0 (=const)$, (ii) $\delta_1 \leq r$; $B=B_0 h(\eta)$

ここに $\eta' = (r - \delta_1) / (\delta_2 - \delta_1) = (r - \delta_1) / R'$ 式(1), (2)

(3)を $r=0 \sim \infty$ で積分すると $f = h = \exp(-0.5\eta'^2)$ において次のようになる。

$$\frac{d}{dx} [U_c (\delta_1^2 + \pi \delta_1 R' + R'^2)] = 0 \quad (13) \quad \frac{dU_c}{dx} = \frac{\pi B_0}{N_0} (\delta_1^2 + 2\pi \delta_1 R' + 2R'^2) \quad (14)$$

$$\frac{d}{dx} [U_c (\frac{3}{2}\delta_1^2 + \frac{3}{2}\pi \delta_1 R' + R'^2)] = -(\alpha \delta_1 + CR') + B_0 U_c (3\delta_1^2 + 3\pi \delta_1 R' + 3R'^2) \quad (15)$$

$$\text{ここに } \alpha = \int_0^{\infty} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta'^2} d\eta' / \int_0^{\infty} \eta'^2 d\eta'$$

式(13)~(15)で U_c, δ_1, R' を U_0, D_0 (D: 放出口の直径) で無次元化すると(13)~(15)式は $\bar{U} = U_c/U_0, \Delta_1 = \delta_1/D_0$

$\bar{R} = R'/D_0$ を規定する式となりパラメータとして $Fr = U_0/\sqrt{B_0 D_0}$

を含む。 $Fr = \infty$ の homogeneous jet の場合に $\bar{z}' = z'/D_0 = 5.0$ で potential core が消失する (Albertson の実験)

という条件より $\alpha = 0.02$ が得られる。 $\bar{z}' = 0$ で $\Delta_1 = 0.5, \bar{R} = 0, \bar{U}_c = 1.0$ の境界条件を用いて式(13)~(15)を数値

計算することで、任意の Froude 数に対する core 消失点の $\bar{z}_c, \bar{U}_c, \bar{R}_c$ が求められる。 $\bar{z} = \bar{z}_p$ で確立領域の噴流特性量表示式

(4)~(6)に接続させねばならない。実際の放出口と仮想原点

までの距離を $\bar{z}_c$ とすると仮想原点から $\bar{z}$ までの距離は $R = C\bar{z}$ より

$\bar{z}_p = \bar{R}_p/C$ であるから $\bar{z}_c = \bar{z}_p - \bar{z}'_p$ (16) より求められる。

また、仮想原点における momentum flux M_0 と実際の放出口

における momentum flux $M_{00} = A_0 U_0^2$ との比 M_0/M_{00} も $\bar{z}' = \bar{z}'_p$ での $\bar{U} = \bar{U}_0$ の条件から式(9)を用いて求められる。得られた結果を

図-3, 図-4に放出口の内部 Froude 数 Fr に対して示す。

$Fr > 20$ 以上では momentum flux M_0 が卓越して $\bar{z}_c, M_0/M_{00}$ はとも

にほぼ一定であるが、 $Fr < 20$ では浮力のため、縮流を生じて流れは大きく変形している。特に $Fr < 0.57$ では $M_0/M_{00} = 0$ となり

確立領域では浮力の卓越した pure plume とみなされる。以上求めた $\bar{z}_c, M_0/M_{00}$ を用いて得られた理論値と著者ら Abraham の

実験値とを軸比の $\bar{z}$ が図-5である。 Froude 数の小さは pure plume の

場合理論値と著者らの実験値を比較するのが図-6である。確立領域では

式(9), (10)を M_0, N_0 を用いて無次元化するとパラメータが消えて理論解

が一つの曲線で表わされる。理論値と実験値の一致は非常によく、理論

の展開上 Fr にはなんら制限をも加えていないことから、実用上の意義もたいへん大きいと思われる。

