

噴流型表層密度流の内部Jumpについては、早川・Stefan等(1971)によって検討されている。ここでは早川等と同様に運動方程式を使用して検討を行なうが、Lee, Jirka, Harleman等(1974)が二層流の解析に用いた手法を拡張して内部Jumpの問題を取り扱う。

図-1は考える場の模式図である。ここに ρ_0, ρ_1, ρ_2 はそれぞれ放出水, Jump後の上層水, および下層水の密度; h_0, h_1, h_2, h_2' はそれぞれ, 放出口水深, Jump後の上層水深, 放出口下端から底面までの水深, Jump後の上下層界面からの水深; q_0, q_1, q_2 はそれぞれ放出流量, Jump後の上層流量, 連行流量で $q_1 = q_0 + q_2$ である。

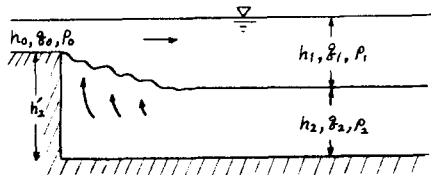


図-1

1) 内部Jumpを表現する基本式の誘導

図-1のような模式図を考えると, 上層および下層に対する運動方程式はそれぞれ(1), (2)式で表わされる。

$$-\frac{\rho_0 q_0^2}{h_0} + \frac{\rho_1 q_1^2}{h_1} = \frac{1}{2} \rho_0 g h_0^2 - \frac{1}{2} (h_0 + h_1) (h_2' - h_2) \rho_1 g - \frac{1}{2} h_1^2 \rho_2 g \quad (1)$$

$$\frac{\rho_2 q_2^2}{h_2} = h_0 h_2 \rho_0 g + \frac{1}{2} h_2^2 \rho_2 g + \frac{1}{2} (h_0 + h_1) (h_2' - h_2) \rho_1 g - h_1 h_2' \rho_1 g - \frac{1}{2} h_2^2 \rho_2 g \quad (2)$$

上式を $\rho_0 \sim \rho_1$ として変形すると, それぞれ(1)', (2)'式を得る。

$$\frac{h_2' - h_2}{h_1 - h_0} = \frac{2 q_0^2 (h_1 - q_1^2 / g h_0)}{g h_0 h_1 (h_0 + h_1) (h_1 - h_0)} - 1 \quad (1)' \quad \frac{h_2' - h_2}{h_1 - h_0} = \frac{-2 q_2^2}{\frac{\rho_2}{\rho_1} g h_2' (h_2 + h_2') (h_2' - h_2)} - \frac{1}{\rho_0 / \rho_2} \quad (2)'$$

ここで(1)' = (2)'より(3)式を得る。

$$\left\{ \frac{2 q_0^2}{g h_0^3} \frac{(h_1 - q_1^2 / g h_0)}{h_1 - h_0} - \frac{h_1}{h_0} \left(\frac{h_1}{h_0} + 1 \right) \right\} \left\{ \frac{-2 q_2^2}{g h_2^2 (h_2' - h_2)} - \frac{h_2'}{h_2} \left(\frac{h_2'}{h_2} + 1 \right) \right\} = \frac{\rho_0}{\rho_2} \frac{h_1}{h_0} \left(\frac{h_1}{h_0} + 1 \right) \frac{h_2'}{h_2} \left(\frac{h_2'}{h_2} + 1 \right) \quad (3)$$

(3)式で放出水の水深が十分に深い場合 (h_2 or $h_2' \rightarrow \infty$) の場合に問題を限定すると(4)式となる。

$$\left\{ \frac{2 q_0^2}{g h_0^3} \frac{(h_1 - q_1^2 / g h_0)}{h_1 - h_0} - \frac{h_1}{h_0} \left(\frac{h_1}{h_0} + 1 \right) \right\} = - \frac{\rho_2 - \rho_0}{\rho_2} \frac{h_1}{h_0} \left(\frac{h_1}{h_0} + 1 \right) \quad (4)$$

上式をJump後の希釈倍率 $Q = q_1 / q_0$, Jump後の上層水深と放出口水深の比 h_1 / h_0 , 放出口Froude数 $F_0 = u_0 / \sqrt{4 \rho_1 g h_0}$ で書き表わすと(4)式は(5)式の様に書き表わせる。

$$2 F_0^2 \{ (h_1 / h_0 - Q^2) / (h_1 / h_0 - 1) \} = h_1 / h_0 \cdot (h_1 / h_0 - 1) \quad (5)$$

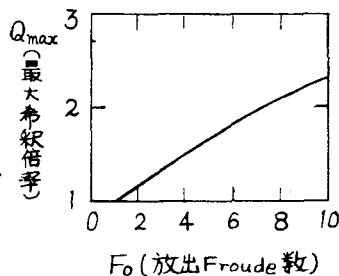
(5)式は (h_1 / h_0) についての三次方程式であり(6)式で表わされる。これが内部Jumpを表わす基本式である。

$$(h_1 / h_0)^3 - (1 + 2 F_0^2) (h_1 / h_0) + 2 Q^2 F_0^2 = 0 \quad (6)$$

2) 内部Jumpを表現する(6)式に対する考察

(6)式はJump後の希釈倍率 Q が与えられるれば, 放出Froude数に対して h_1 / h_0 が決まるが, ここでJump後の最大希釈倍率を求める事は興味があるので与えられる放出Froude数に対して取り得る最大の希釈倍率 Q を求めると,

$h_1 / h_0 = \sqrt{(1 + 2 F_0^2) / 3}$ のときに $Q_{\max} = (1 + 2 F_0^2)^{3/4} / 3^{3/4} F_0$ となる。(図-2)。その場合のJump後のFroude数は $F_1 = (u_0 / \sqrt{4 \rho_1 g h_0}) (u_1 / u_0) (h_0 / h_1)^{1/2} = F_0 Q / (h_1 / h_0)^{3/2}$ より $F_1 = 1$ となる。つまりJump後のFroude数が1となる場合に最大連行量を得る事となる。さらに(6)式は連行がない場合($Q=1$)を仮定すると, その



解は $h_1/h_0 = 1, 1/2(\sqrt{1+8F_0^2} - 1)$ となり従来種々、議論された結果となる。

次に(6)式の与える解の意味について検討を加える。図-3は(6)式の解を模式的に描いたものであるが、図中に示すように h_1/h_0 は2つの解をもつ事が解る。 $h_1/h_0 = \sqrt{(1+2F_0^2)/3}$ が $F_1=1$ に対応しているから $h_1/h_0 > \sqrt{(1+2F_0^2)/3}$ の解はJump後、Subcritical Flowとなる事($F_1 < 1$)を示しており、 $h_1/h_0 < \sqrt{(1+2F_0^2)/3}$ の解はJump後 Supercritical Flowとなる事($F_1 > 1$)を示している。この事は次の様に理解される。つまり……Jump後 $F_1 < 1$ となる場合は下流端のゲートなどの操作により、上層の下流側水深を深くして強制的に内部Jumpを引き起こし、その結果として希釈倍率を小さくしたような場合に相当する。またJump後のFroude数が $F_1 > 1$ に対応する解は、実は内部Jumpと、それに伴う連行が、まだ完了しておらず、引き続き流動し h_1/h_0 の増大と希釈倍率の増加を引き起こすような、いわば途中経過の解となっているのだろう。つまり $h_1/h_0 < \sqrt{(1+2F_0^2)/3}$ に対応する解は最終的Jump高さについて議論する場合には意味のないものである。

従って一定のFroude数で放出された噴流型表層密度流の流動過程は、下流側に何等かの条件を与えない場合、図-3中の矢印で示す様に、Froude数の減少を伴いながら躍層厚を増大させ、ついにはFroude数1となり、最大躍層厚を得、連行あはひ、Jumpを終了すると考えられる。

以上の事より、実存する内部Jumpの範囲を描いたのが図-4である。この図中に示される $h_1/h_0 > \frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_0^2} - 1)$ で示される部分は、いわゆるSubmerged Internal Jumpの領域であると考えられるが、この場合も潜水部分も含めて F_0 とするなど何等かの補正を加えれば、結局内部Jumpの範囲は $\frac{1}{2}(\sqrt{1+8F_0^2} - 1) \leq h_1/h_0 \leq \sqrt{(1+2F_0^2)/3}$ で与えられるであろう。

3) 結語

放出場の水深が十分に深い場合の内部Jumpについての解析を行なった。著者はこのような条件に対応する実験データを知らないのので理論的検討だけに終ったが、この問題について理解を深める事ができたと思える。

参考文献

- 1) Stefan, H., Hayakawa, N.; The two dimensional Buoyant Surface Jet and the Internal Hydraulic Jump; Minnesota Univ., St. Anthony Falls Hy. Lab., Project No. 1613D FSU, 1971;
- 2) Stefan, H.; Stratification of Flow from Channel into Deep Lake; Proc. HY. 6, PP1417-1434, 1970
- 3) Harleman, D.R.F.; Jirka, G., Lee, J.; Stability and Mixing of a Vertical Round Buoyant Jet in Shallow Water; Ralph M. Parsons. Lab., M.I.T. Report No. 195, 1974:

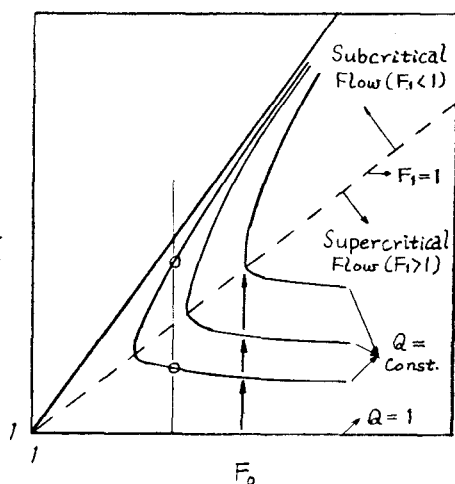


図-3 (解の模式図)

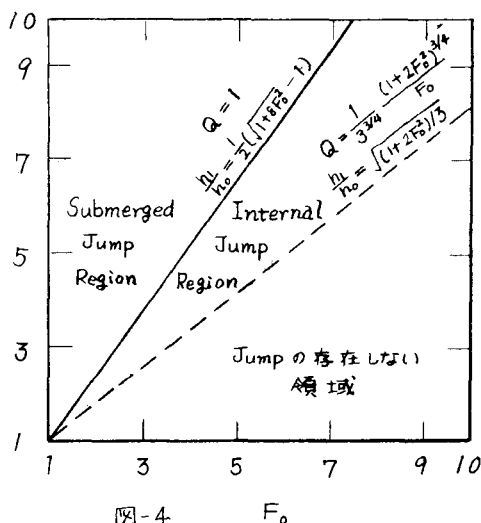


図-4