

九州大学応用力学研究所 学生員 菊地 政文
九州大学応用力学研究所 正員 本地 弘之
九州大学応用力学研究所 正員 金子 新

1. まえがき

粒状体の砂面表面に発生するリップルマークについては、過去多くの研究がなされてきた。振動流中で水船のような高粘性流体表面にも同様なリップルマークが形成されることは、最近 本地⁽¹⁾により報告されている。リップルマークのような伝播しない波動が、流体表面で形成されることは、興味深いことである。従来粘性流体表面に生ずる波動は、粘性減衰の問題としてのみ取り扱われており⁽²⁾、このような伝播しない波動については、何ら知られていない。ここでは、高粘性流体表面でリップルマークが形成される粘性限界を議論する為に、簡単な解析と、振動流水槽を用いた実験を行った。その結果 限界の Reynolds 数 (R) が求まり、実験結果より解析の妥当性が検討されている。

2. 解析

伝播しないリップルマークの形成条件が、高粘性流体表面の波動の非振動的な粘性減衰に対する限界条件に、対応するものと考え、次のような解析を行った。高粘性流体のみに言及している為、運動方程式中で非線型項を省略し、解析は微小振幅の範囲内で行われている。図-1 のような初期水面変位と座標軸をとると、運動方程式は次式のようになる。

$$\frac{\partial \Delta \psi}{\partial t} = \frac{1}{R} \Delta^2 \psi$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta &: \text{Laplacian} \\ R &= \sqrt{g\lambda} \lambda / \nu; \text{ Reynolds 数} \\ \lambda &: \text{波長} \\ \psi &: \text{stream function} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

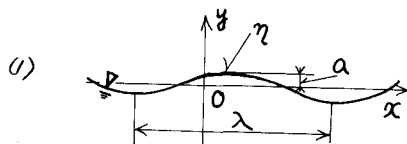


図-1

$$\left. \begin{aligned} \text{境界条件は} \quad y \rightarrow -\infty \quad & \left\{ \begin{aligned} \psi &= 0 \\ \psi_y &= 0 \end{aligned} \right. \\ y = \eta \quad & \left\{ \begin{aligned} \rho + \frac{2}{R} \psi_{xy} &= 0 \\ \psi_{yy} - \psi_{xx} &= 0 \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= -\psi_x \end{aligned} \right. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

である。

初期水面変位と stream function を次のように仮定する。

$$\eta = a e^{i(kx - \sigma t)} \quad (5)$$

$$\psi = f(y) e^{i(kx - \sigma t)} \quad (6)$$

$$\text{ここに} \quad k = 2\pi/\lambda$$

$\sigma = \sigma_r + i\sigma_i$: 複素角周波数

(5), (6)を(1), (4)に代入することにより, 次の分散関係を得る。

$$\sigma^4 + \frac{32i\pi^2}{R}\sigma^3 + \left(-4\pi - \frac{384\pi^4}{R^2}\right)\sigma^2 + \left(-\frac{1024i\pi^6}{R^3} - \frac{64i\pi^3}{R}\right)\sigma + 256\frac{\pi^5}{R^2} + 4\pi^2 = 0 \quad (8)$$

ここで, 高粘性流体表面のリップルマークは, 水平方向に伝播せず, 又指数関数的減衰を行う波動と考える。この為, (8)式において, $\sigma_r = 0$ を満たす $\sigma (\leq 0)$ の解の範囲を求めると次式である。

$$\left\{110592\pi^9 + R^6 - 576\pi^4 \sqrt{\frac{2}{3}\pi(55296\pi^9 + R^6)}\right\}^{1/3} + \left\{110592\pi^9 + R^6 + 576\pi^4 \sqrt{\frac{2}{3}\pi(55296\pi^9 + R^6)}\right\}^{1/3} - 576\frac{\pi^4}{R^2} \left\{128\pi^6 + \frac{2}{3}\pi \sqrt{\frac{2}{3}\pi(55296\pi^9 + R^6)}\right\}^{1/3} - 576\frac{\pi^4}{R^2} \left\{128\pi^6 - \frac{2}{3}\pi \sqrt{\frac{2}{3}\pi(55296\pi^9 + R^6)}\right\}^{1/3} + \frac{2022\pi^6}{R^6} + R^2 \leq 0 \quad (9)$$

(9)式は, リップルマーク形成の為の R の範囲を与えており, これは近似的には次式で表現できる。

$$R = \frac{\sqrt{g\lambda}}{\nu} \lambda \leq 12.0 \quad (10)$$

3. 実験及び考察

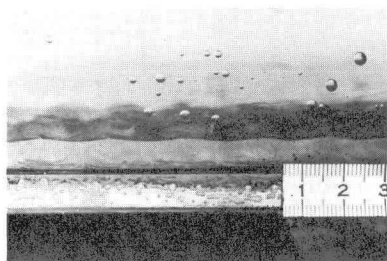


写真-1 (下層: グリセリン)
($\lambda = 1.3 \text{ cm}$ $\nu = 9.7 \text{ St}$)

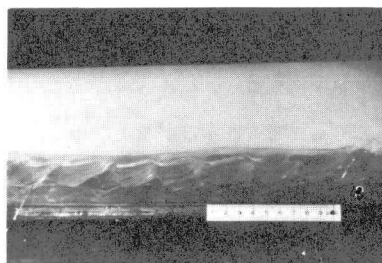


写真-2 (下層: シリコンオイル)
($\lambda = 3.5 \text{ cm}$ $\nu = 7.8 \text{ St}$)

実験には, 作業流体として水, 下層の高粘性流体としてはグリセリン及びシリコンオイルを用いた。下層流体の粘性 ν , 上層作業流体の振動条件を種々変化させ, リップルマーク形成の有無を調べた。写真1, 2に定常的に形成されたリップルマークの实例を示す。これは砂層表面に形成されるものとよく類似していることがわかる。図-2に(10)式の理論曲線と実験値が示されている。図-2より, 実際に発生したリップルマークは, 理論で予測した範囲外のものもあるが, ある程度この理論の妥当性が検討された。今後より厳密に議論する為には, 粘性二層流とし, 同時に上層流体の運動も考えて解析することが必要であり, また砂層表面に発生するリップルマークと関連付けることも必要である。

4. 謝辞及び参考文献

実験において終始御助力下さいました文部技官白石洋二氏, 並びに博士課程松永信博氏の有意義的な示唆に感謝致します。

参考文献

- (1) 本地 弘之 : 高粘性流体のリップルマーク, 九州大学応用力学研究所報 第47号, 1979
- (2) L. D. Landau & E. M. Lifshitz : Fluid Mechanics, Pergamon Press, 1963

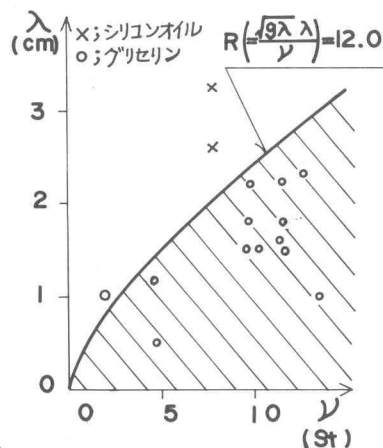


図-2