

1. 緒言 境界面のせん断応力の推定は、流れの内部構造および層厚や塩水楔の侵入長などを把握する際、極めて重要である。一般にこの問題は、界面抵抗係数として研究されており、我国では内部波のエネルギー逸散に注目した研究が多数を占めている。しかし、この種の手法には、波高勾配などの点ごとの傾向があり、また、内部フルート数が増加すると抵抗係数が減少するという不合理な面もある。そこで、主流が乱流の場合、内部波によるエネルギー逸散は小さく、乱れや破波による混合が内部抵抗の主因となり得ることを想定し、2層間の混合を考慮した運動量方程式などに基づいてこの問題を考察する。

2. 基礎方程式 以下の議論は、非圧縮性流体、二次元流を対象として、静水圧面をバグネスク近似の条件下で進められる。図-1は、有限水深の上層密度流と記号を示したものである。乱流連行を考慮した一次元の連続式および質量保存則は、二次元流れに関するそれを control volume で積分することにより得られ、上・下層についてそれぞれ次のようになる。

$$\partial d_1/\partial t + \partial (U_1 d_1)/\partial x = W_e \quad \dots (1), \quad \partial p_1/\partial t + U_1 \partial p_1/\partial x = \rho g W_e/d_1 \quad \dots (2)$$

$$\partial d_2/\partial t + \partial (U_2 d_2)/\partial x = -W_e \quad \dots (3), \quad \partial p_2/\partial t + U_2 \partial p_2/\partial x = 0 \quad \dots (4)$$

ここに、 U_1, U_2 : 上・下層の平均流速、 $\Delta p = p_2 - p_1$ 、 W_e : 連行速度。

(2) 式左辺において、 $\partial p_1/\partial t \ll U_1 \partial p_1/\partial x$ と仮定し、(4) 式において、主流の連行を考慮するため、 $\partial p_2/\partial x = 0$ と置く。これらの条件と (1) および (3) 式の条件を考慮して、上・下層について運動方程式を積分すると、定常状態に関する一次元運動量保存則が次のように求まる。

$$2 U_1 \frac{\partial \delta_1}{\partial x} - U_1^2 \frac{\partial d_1}{\partial x} - U_2 W_e = \frac{\rho}{\rho_0} g d_1 \sin \alpha - \frac{1}{2} \frac{\rho}{\rho_0} g d_1 \frac{W_e}{U_1} - \frac{\tau_i}{\rho_0} \quad \dots (5)$$

$$2 U_2 \frac{\partial \delta_2}{\partial x} - U_2^2 \frac{\partial d_2}{\partial x} + U_2 W_e = \frac{\rho}{\rho_0} g d_2 \sin \alpha + \frac{\rho}{\rho_0} g d_2 \frac{\partial d_1}{\partial x} - \frac{\rho}{\rho_0} g d_2 \frac{W_e}{U_1} + \frac{\tau_i + \tau_b}{\rho_0} \quad \dots (6)$$

ここに、 U_i : 界面流速、 ρ_0 : 基準密度、 $\delta_i = U_i d_i$ 、 $\delta_2 = U_2 d_2$ 、 α : 水平面とx軸のなす角度。

(1) $W_e = \partial d_1/\partial t = -\partial d_2/\partial x$ 、 $\partial \delta_1/\partial x = 0$ の場合：

(5)、(6) 式から重力項を消去し、 $U_2 \neq 0$ 、 $\tau_b \neq 0$ 、 $W_e/U_1 = E$ 、 $E = K F_i^2 = K/Ri$ (F_i : 内部フルート数、 Ri : overall Richardson Number) および $\tau_i = \frac{1}{2} \rho_0 f_i U_1^2$ と置いて、界面抵抗係数 f_i について解くと、次式が導かれる。

$$f_i = -2 \frac{1-F_i^2}{F_i^2} \frac{\partial d_1}{\partial x} \frac{H-d_1}{H} + 2 K F_i^2 \frac{U_1}{U_1} + K \frac{H-d_1}{H} \quad \dots (7)$$

(2) $W_e = \partial \delta_1/\partial x = -\partial \delta_2/\partial x$ の場合：

この場合、上層流量の増加分は必然的に下層から補給されるため、

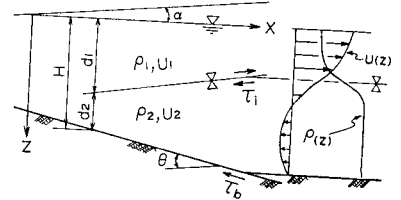


図-1. 上層密度流と記号

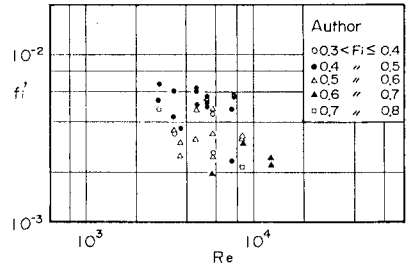


図-2. 上層密度流の f_i' ($W_e = \partial d_1/\partial t$)

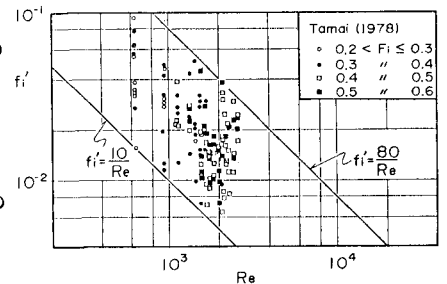


図-3. 上層密度流の f_i' ($W_e = \partial \delta_1/\partial x$)

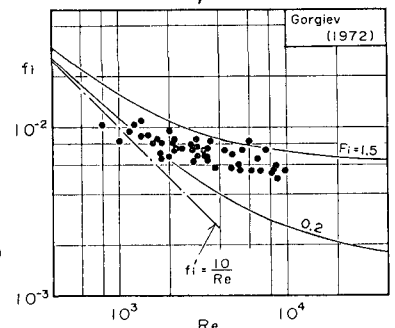


図-4. 下層密度流と(4)式の関係

U_2 キロで、しかも下流端近傍では、 $U_1 \div |U_2|$ となることとある。このことを考慮して f_i について解くと、

$$f_i = -2 \frac{1 - F_i^2}{F_i^2} \frac{\partial d_1}{\partial x} \frac{H - d_1}{H} - 2 \left(\frac{U_2}{U_1} \right)^2 \frac{\partial d_2}{\partial x} \frac{d_1}{H} + 2 K F_i^2 \frac{U_1}{U_1} + K (1 - 4 F_i^2 + 4 \left| \frac{U_2}{U_1} \right| F_i^2 \frac{d_1}{H - d_1}) \frac{H - d_1}{H} - f_b \frac{U_1}{U_1} \left| \frac{U_2}{U_1} \right| \frac{d_1}{H} \quad \text{----- (8)}$$

進行速度の現われ方の異なる代表的な2例について抵抗係数の算定式が導かれた。しかし、(8)式の各項を評価すると、(7)式との本質的な違いはほとんどなく、界面抵抗係数は(7)式では表示できることが明らかである。

そこで(7)式について、つぎのように考察する。右辺第I項は、混合を無視したときの抵抗係数であり、純粋な粘性流動と同保持されるものと思われる。そこで、これを f_i' と置き、次の関係式を仮定する。

$$\text{第I項} = f_i' = A / Re \quad \text{----- (9)}$$

第II、III項は、乱流進行に伴う付加たりに対応するもので、これらの項に含まれる K は、著者¹⁾によると $K = 0.0015$ 、 U_2/U_1 は層流理論から、近似的に $U_2/U_1 = 0.69$ ²⁾ と置ける。以上のことを考慮すると、(9)式は次のようになる。

$$f_i = \frac{A}{Re} + 0.00207 F_i^2 + 0.0015 \frac{H - d_1}{H} \quad \text{--- (10)}$$

3. 実験値との比較 図-2, 3は、著者³⁾および五井³⁾のデータについて(9)式の関係を調べたもので、内部フルード数による有意な差はなくほぼこの関係が認められる。

図-4, 5, 6は、全抵抗係数 f_i について、Gorgiev⁴⁾、Lofquist⁵⁾ および著者²⁾の実験値と(10)式と比較したものが示されている。比較的精度がよいとされているLofquistのデータと(10)式の傾向はよく対応しており、同式の妥当性が示されたものと思われる。

4. 結論 以上、乱流進行に伴う2層間の混合効果も考慮した運動量方程式を導き、これに基づいて抵抗係数の推定式が提案された。従来の理論式や経験則では、混合の活発化に伴う抵抗係数の増加を表示し得なかったが、(10)式によってこれを評価し得ることが明らかにされた。

参考文献

- 1) 菅田・江頭：密度躍層のある場における渦木の挙動に関する研究(1)，京大防災研年報 18号B，1975，PP.425-572。
- 2) 江頭・菅田：成層密度流の渦れの構造に関する研究，京大防災研年報 22号B-2，1977。
- 3) 五井・浅枝：浸塩2層流境界面における抵抗係数について，土木学会論文集，271号，1978，PP.67-81。
- 4) Gorgiev, B.V.: Some Experimental Investigation on Turbulent Characteristics of Stratified Flow, Intern. Symp. Stratified Flows, 1972, PP.509-525。
- 5) Lofquist, K.: Flow and Stress Near an Interface between Stratified Liquids, Physics of Fluid, Vol.3, 1960, PP.158-175。

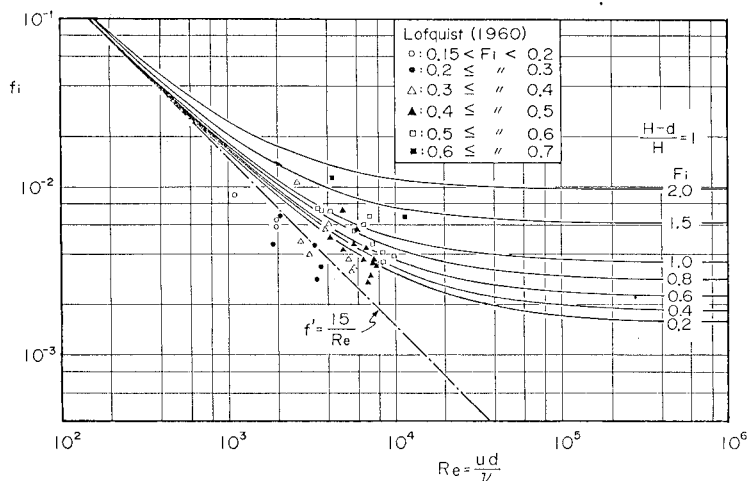


図-5. Lofquistの下層流と(10)式の関係

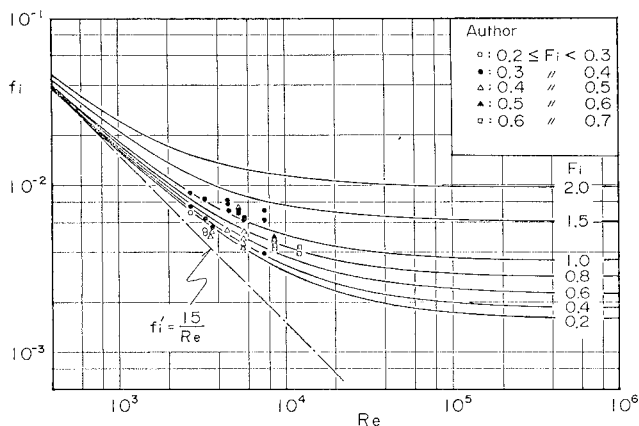


図-6. 著者の上層流と(10)式の関係