

京都大学工学部 正 員 松尾直規
 京都大学工学部 正 員 岩佐義朗
 京都大学工学部 学生員 小林正典

1. はじめに 貯水池水の水利学的挙動を明らかにするために、筆者らは、数学モデルによる数値解析を行なってきたが^{1),2)} 従来は計算に際して貯水池の水面は水平であり、かつ流下方向の密度変化は小さいものとして、運動量保存式中の圧力項を省略し、計算の簡単化を図っていたため、流れの運動学的挙動を厳密に表現しているとは言えない面もあった。そこで本研究では、この圧力項を省略することなく貯留水の運動を計算し、水温・濁度のシミュレーションを行なって、その結果を、従来の計算結果ならびに観測値と比較しながら考察する。

2. 基礎方程式と数値計算法 貯水池水理の数値解析モデルの基礎式は、流体力学の原理を基礎として、コントロール・ボリューム法により、貯水池をいくつかに分割した体積要素で積分され、表示される。これらは、水の連続式、運動量保存式、水温収支則、濃度収支則の各式で、既報ですでに記しているとおりでである。したがって以下では、圧力項を省略しない場合の数値計算法について述べる。

ただし、水温・濁度の計算は従来と同様であり省略する¹⁾。

1) explicit schemeによる方法；図-1に示すように、マルチレベルの staggered schemeを用いて、水の連続式、運動量保存式を階差式に変形し計算を進める。内部の水平要素に対しての階差式は次のようである。

$$\text{連続式； } \frac{u_{i+1/2}^{n+1} - u_{i+1/2}^n}{\Delta x} B_j + \frac{v_{i,j+1/2}^{n+1} B_{j+1/2} - v_{i,j-1/2}^{n+1} B_{j-1/2}}{\Delta y} + \partial_{z,i,j}^{n+1} = 0 \quad \cdots (1)$$

$$\begin{aligned} \text{運動量保存式； } & \frac{u_{i+1/2}^{n+1} - \left\{ \alpha u_{i+1/2}^n + \frac{1-\alpha}{2} (u_{i+1/2}^n + u_{i-1/2}^n) \right\}}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} \left(u_{i+1/2}^n \cdot \frac{u_{i+1/2}^n + u_{i+3/2}^n}{2} - u_{i-1/2}^n \cdot \frac{u_{i-1/2}^n + u_{i+1/2}^n}{2} \right) \\ & - \frac{1}{\Delta y \cdot B_j} \left(u_{i,j+1/2}^n v_{i,j+1/2}^n B_{j+1/2} - u_{i,j-1/2}^n v_{i,j-1/2}^n B_{j-1/2} \right) - \frac{v_{i,j+1/2}^n \cdot u_{i,j+1/2}^n}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot B_j} - \frac{1}{f_0} \frac{P_{i+1/2,j}^{n+1} - P_{i-1/2,j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{D_{mx}}{\Delta x^2} \left(u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n \right) \\ & + \frac{D_{my}}{\Delta y^2} \left\{ (u_{i,j+1}^n - u_{i,j}^n) B_{j+1/2} - (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) B_{j-1/2} \right\} \quad \cdots (2) \quad \text{ただし } P_{i+1/2,j}^{n+1} = g \left\{ f_{i+1/2,j}^{n+1} \Delta y \delta_{i+1/2,j}^{n+1} + \Delta y \left(\sum_{j=1}^{js} P_{i+1/2,j}^{n+1} + \frac{1}{2} P_{i+1/2,j+1}^{n+1} \right) \right\} \quad \cdots (3) \end{aligned}$$

ここに、jsは水表面の水平要素の水深方向位置を示すものであり、i, j, mはそれぞれ、x, y, z軸方向の位置を示すものである。またαは0 ≤ α ≤ 1の値をとる平滑化係数、α, β, γ, δは上流差分をとるためのパラメータで、次に続く流速の正負により、正ならば0, 負ならば1の値をとる。

2) 圧力項にimplicit schemeを用いる方法；1)の方法では、数値計算の安定性の必要条件から、時間間隔Δtを非常に小さくとる必要があり、計算時間は従来の方々に比べて約100倍程度となる。そこでΔtに関する制約を緩和し、計算時間を短縮するため、圧力項のみに、図-2に示すような、implicit schemeを用いて基礎式を差分し計算をすすめる。このとき、内部の水平要素に対する運動量保存式は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{u_{i+1/2}^{n+1} - u_{i+1/2}^n}{\Delta t} &= -\frac{1}{\Delta x} \left(u_{i+1/2}^n \cdot \frac{u_{i+1/2}^n + u_{i+3/2}^n}{2} - u_{i-1/2}^n \cdot \frac{u_{i-1/2}^n + u_{i+1/2}^n}{2} \right) \\ &- \frac{1}{\Delta y \cdot B_j} \left(u_{i,j+1/2}^n v_{i,j+1/2}^n B_{j+1/2} - u_{i,j-1/2}^n v_{i,j-1/2}^n B_{j-1/2} \right) - \frac{1}{f_0} \frac{P_{i+1/2,j}^{n+1} - P_{i-1/2,j}^{n+1}}{\Delta x} \end{aligned}$$

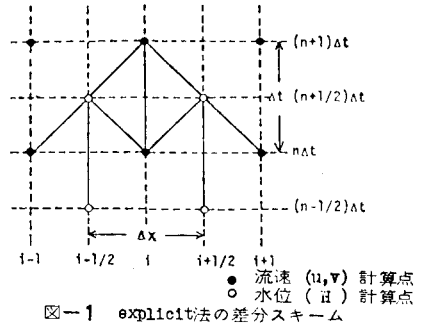


図-1 explicit法の差分スキーム

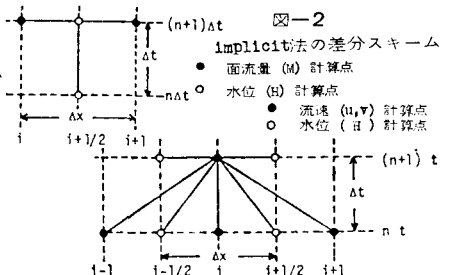


図-2 implicit法の差分スキーム

$$+ \frac{D_{mx}}{\Delta x^2} (u_{i,j}^n - 2u_{i,j}^{n+1} + u_{i,j}^{n+2}) + \frac{D_{my}}{\Delta y^2} \{ (u_{i,j+1}^n - u_{i,j}^n) B_{j+\frac{1}{2}} - (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) B_{j-\frac{1}{2}} \} - \frac{\partial u_{i,j}^n \cdot u_{i,j}^n}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot B_j} \quad \text{---- (4)}$$

$$\text{ただし、} P_{i,j}^{n+1} = 8 \left\{ \int_{i,j}^n \Delta y_{i,j}^{n+1} + \Delta y \left(\sum_{j=1}^5 P_{i,j}^{n+1} + \frac{1}{2} P_{i,j}^n \right) \right\} \quad \text{---- (5)}$$

式(4)、(5)と式(1)で表わされる階差式をすべての水平要素で求め、それらを連立して解けばよいわけであるが、それでは計算が複雑となるため、水深方向にそれらの式を加え合せ、面流量 M_i^{n+1} に関する連続式、運動量保存式を導き、 M_i^{n+1} と表面の水平要素の厚さ $\Delta y_{i,j}^{n+1}$ を計算した後、 $u_{i,j}^{n+1}$ 、 $v_{i,j}^{n+1}$ を式(1)、(4)、(5)によって計算する³⁾。

3. 水温・濁度予測への適用とその結果

那賀川水系長安口貯水池における水温・濁度予測に上述の2つの計算法を用いてモデルを適用した結果の一例が図3、4、5であり、それと、従来の計算結果(圧力項を省略している)、観測値と比較している。1)の方法では式(2)の α を0.9として計算した。図3の流速分布をみると、1)、2)の方法では、従来の方法による結果と比べ、取水口へ向うがウス分布に近い形の流速分布がよりは、きりと計算されており、観測値との比較はできないが、定性的には妥当な結果であろう。図4に示した水温分布についてみると、1)の方法による結果では、全水深にわたって比較的实际値に近い値となっており、2)の方法では、深水部で、やや高い水温となっている。図5に示した濁度分布の計算結果については、1)の方法では、表層部を除けば実測値に近い分布形が各断面で得られているが、2)の方法では、従来の方法による結果と比べても、必ずしも良い結果が得られているとはいえない。水温分布・濁度分布の計算結果を図3の流速分布との関連でみると、流速分布の各計算法による相異は、表層水と標高190mを数高とする取水口下の深層水の水温・濁度とくに顕著に現われるようである。たとえば、2)の方法による結果では、他と比べて深水部の流速が大きいことが、その部分の水温・濁度の計算値に影響を与えている。なお、数値解析の境界条件など、計算の詳細とその他の結果については、講演時に述べることにする。

4. おわりに 数値解析にあたって貯水池における水面勾配や流下方向の密度変化を考慮することにより、計算は複雑となり、計算時間も非常に長くなるが、貯水池水の運動学的挙動をより確に把握することが可能となる。したがって、水温・濁度予測の精度の向上も期待できるが、これらの予測には、流入水温・流入濁度の境界条件や、分散係数、沈降速度などの不確定要素が影響するため、精度の向上はそれほど顕著ではない。今後、こうした不確定要素についで検討を行なうとともに、計算時間の短縮など、計算法の適用性の向上を図ってゆきたいと考える。

- 1) 岩佐・松尾・遠藤：3次元における貯水池の成層破壊について、京都大学防災研究所年報、第20号B、1977
- 2) 岩佐・松尾・井上：貯水池における濁度解析について、京都大学防災研究所年報、第21号B、1978
- 3) 堀口・富田・堀江：三次元モデルによる流出と拡散の数値解析について、海峽工学講演会論文集、1977