

東京工業大学工学部 正 員 ○ 福岡祐介
東京工業大学工学部 正 員 福岡捷二
東京工業大学大学院 学生員 中村健一

1. はじめに 貯水池で流入濁水が表層から下層に潜り込む地点を潜り点(plunge point)と呼ぶ。流入濁水による貯水池内の密度流の境界条件は潜り点付近の流れによって与えられるので、潜り点付近の流入濁水の挙動を明らかにすることは、それ以降の濁水の運動を知るうえで基本的に重要である。以上の観点から、本研究では潜り点水深および潜り点以後の界面形状の予測式を導いた。

2. 実験 実験は、長さ6.9 m、高さ0.9 m、幅0.2 mの片面がガラス張り水槽に長さ1.5 mの水平部と底勾配 i_0 、長さ5 mの傾斜部を取り付け、これを測定区間として行なった。一様密度に調整した塩水を淡水で満たした水槽に静かに流入させる。流入量は時間的に一定とし、同量を排水した。測定は、流入水の先端部が測定区間を通過後、潜り点付近の流れが十分定常になった後行なった。潜り点水深、および界面形状は着色した塩水を35mmカメラで写真撮影することにより測定した。導流部の流速分布は水素気泡法により、密度分布は塩分の乾燥重量により求めた。表-1は実験条件を示す。

Run No.	i_0	ρ_0 (cm ² /s)	$\Delta P/P_2$
1~7	1/10	5~27.5	0.002~0.01
8~14	1/60	5~27.5	0.002~0.07

表-1 実験条件

図-1は、実験により得られた界面形状を潜り点水深 h_p で無次元化したものを示す。図中、白抜き記号は流路床勾配 $i_0=1/10$ 、黒く塗りつぶした記号は $i_0=1/60$ の条件に対して得られたものである。実験は、Benjamin¹⁾が非粘性、水平床で求めた(cavity flow)先端部の界面形状の理論値を示す。これによると、界面形状は同じ勾配ならば実験条件が異なっても実験精度の範囲でほぼ相似であることがわかる。また、何れの勾配でも潜り点近傍($x/H_p < 0.2$)に限れば、実験値はBenjamin¹⁾による非粘性の理論値で近似される。この理由は、潜り点付近の流れが密度差に伴う重力と慣性力の釣り合いによって規定されるためである。

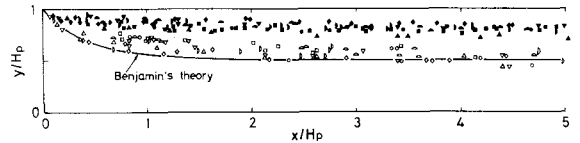


図-1 界面形状(無次元)

3. 潜り点水深 潜り点付近の流れは急縮流であり、曲率の影響を考慮した解析が必要となる。Benjamin¹⁾の解はこの影響を考慮しており、潜り点近傍に限れば適用可能である。流れは二次元・定常である。図-1に座標系及び記号を示す。座標原点 O' は潜り点 O を流路床上に投影した点とし、検査面を $AA'B'C$ にとる。上流側の検査面Iにおいて流速 U_I は断面内で一様とする。下流側の検査面IIでは、流速、圧力ともに流線の曲率の影響を受ける。上層の流体(OBC)は静止しており、 O 点はよどみ点である。このとき、潜り点付近の流れを記述する方程式は次のようにあらわされる。

潜り点が静止する条件(流線 OA 間のBernoulli式): $\delta = U_I^2 / 2g$ (1)

運動量の保存式: $P_2 B \bar{U}_{II} h_2 - P_2 \bar{U}_I^2 (h - \frac{\delta}{\cos \theta}) = \frac{1}{2} P_2 g (h - \frac{\delta}{\cos \theta})^2 \omega \sin \theta$
 $- \frac{1}{2} P_1 g (h_1 + h_2)^2 \omega \sin \theta - \lambda \frac{1}{2} \Delta P g h_2 \omega \sin \theta + \frac{1}{2} P_2 g (h + h_p) L_I \sin \theta$
 $+ \frac{1}{2} P_1 g (h_p + h_1 + h_2) L_{II} \sin \theta + K \frac{1}{2} \Delta P g (h_p + h_2) L_{II} \sin \theta$ (2)

連続の式: $\rho_0 = \bar{U}_I (h - \delta / \cos \theta) = \bar{U}_{II} h_2$ (3)

ここで、 g : 重力加速度、 δ : A点での水面降下量、 i_0 : 流路床勾配、 P_1, P_2 : 上層および流入水の密度、 $\Delta P = P_2 - P_1$ 、 $h (= h_p - L_I \tan \theta)$: 検

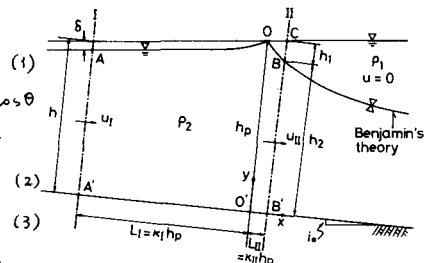


図-2 座標系及び記号

査面Ⅰの水深, h_p : 潜り点水深, h_1, h_2 : 検査面Ⅱの上層水深と濁水深
 $L_I (=K_I h_p)$, $L_{II} (=K_{II} h_p)$: 発点Oから検査面Ⅰ, Ⅱまでの距離, K_I , K_{II} : 比例定数, K : 界面OBを直線で近似したときの面積補正係数である。 β , λ は検査面Ⅱにおける運動量と圧力の補正係数であり, 次式で定義される。

$$\beta = \frac{\int_0^{h_2} \rho_2 u_{II}^2 dy}{\rho_2 \bar{u}_{II}^2 h_2} = \beta' h_{2*} \quad \beta' = \int_0^{h_{2*}} u_{II*}^2 d\eta \quad (4)$$

$$\lambda = 1 + \frac{\int_0^{h_2} p' d\eta}{\frac{1}{2} \Delta p g h_2^2} = 1 + \lambda' F_p^2 h_{2*}^{-2} \quad \lambda' = \int_0^{h_{2*}} p'_* d\eta \quad (5)$$

ここで, $\bar{u}_{II}$ は検査面Ⅱの濁水の平均流速, p' は静水圧からの差圧,
 $\eta = y/h_p$, $h_{2*} = h_2/h_p$, $u_{II*} = u_{II}/\bar{u}_p$, $p'_* = p'/\frac{1}{2} \rho_2 \bar{u}_p^2$, $\bar{u}_p = g_0/h_p$, $F_p^2 = g_0^2/\frac{\Delta p}{\rho_2} g h_p^3$ である。

(1), (3)式を(2)式に代入し8の高次項を無視すると潜り点の内部フルード数 F_p 及び潜り点水深 h_p は次のようにあらわされる。

$$F_p^2 = \frac{(1-h_{2*}^2) \cos \theta + K(1+h_{2*} K_{II} \sin \theta)}{2\beta' + X \cos \theta - 1/(1-K_I \tan \theta)} \quad (6) \quad h_p = F_p^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{g_0^2}{\frac{\Delta p}{\rho_2} g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (7)$$

(6)式に含まれる h_{2*} , K , β' , X は曲率の影響を考慮した補正係数である。これらの値を決めるため, 潜り点付近の界面形状が Benjamin の理論で十分近似できると考え, 彼の理論に基いてラフゼーション法により流れ場を求め, 各補正係数を計算した。(6)式による F_p はⅡの断面の選り方によって変化する可能性がある。そこで K_{II} の値も各々の F_p を求めた(図-3)。 F_p は K_{II} に依らずほぼ一定値となる。このことは, Ⅱ断面が潜り点の近傍ならばどこに選んでもよいことと示す。以下の計算では, 2. の結果より $K_I=1$, $K_{II}=0.1$ と定め, これらに応じた $h_{2*}=0.882$, $\beta'=1.142$, $X=-0.396$, $K=1$ の値を用いた。図-4はこのようにして得られた潜り点水深の理論値を実験値及び現地観測による実測値²⁾³⁾と比較したものである。理論値は広い範囲にわたり実測値を良く説明する。

4. 界面形状 潜り点より下流の流れは, 密度差による重力効果が卓越し, 非粘性理論で近似される領域と, これより下流の濁水深が緩かに変化する領域とに分けられる。後者の領域では粘性の影響が無視できない。界面での混合, 及び微小項を無視すると, 上層静止・下層流動の漸変二層流の基礎方程式は,

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{1}{1-F^2} \left[i_0 - \frac{1}{2} \{ f'_i + f'_b + f'_i \frac{\eta}{1+i_0 \xi - \eta} \} \right], \quad \xi = x/h_p, F^2 = F_p^2 \eta^{-3} \quad (8)$$

$$\eta_c = F_p^{2/3}$$

となる。底面摩擦係数 f'_b は界面摩擦係数 f'_i に比例するとし, $f'_i = \alpha f'_b$ とおく。さらに界面摩擦係数 f'_i は

$$f'_i = \alpha (Re F^2)^{-0.5} \quad Re = g_0/D$$

とおく。係数 α , α は等流速部の流速分布, 密度分布の実測値より定める。

図-5は流れが常流から射流に移移する場合の計算法を示す。支配断面より上流の界面形状は(8)式による h_p を境界条件として Benjamin¹⁾の理論により計算し支配断面より下流は限界水深 η_c を境界条件として(8)式により計算する。図-6は $\alpha=1$, $\alpha=1.5$ として数値計算した結果を実測値と比較して示す。計算結果と実測値との一致は良好である。全領域が常流の場合には, 計算はより簡単である。

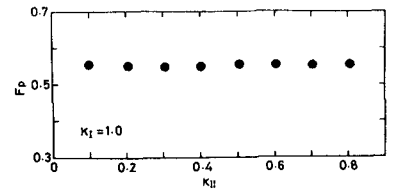


図-3 K_{II} と内部フルード数 F_p

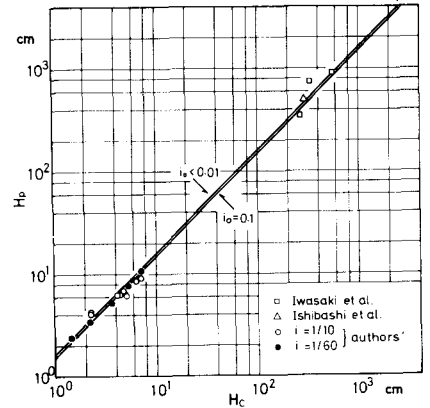


図-4 潜り点水深 h_p

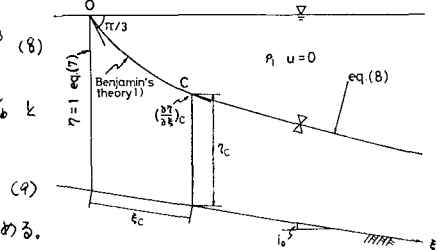


図-5 界面形状の計算法

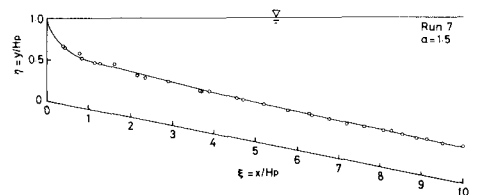


図-6 界面形状の計算値と実測値

1) Benjamin, T.B., JFM, vol.31, 1968 2) 石橋他, 21回水機, 1977 3) 岩崎他, 22回水機, 1978