

北大工 正 長谷川 和義
同上 正 山 岡 勲

1. まえがき： 蛇行流路内の流れ、およびそれによる流路の変形についての理論研究は、その基礎となる砂州の形成に関する理論研究に較べると、少数にとどまっている。池田ら¹ は、わん曲によって生ずる流路平面内の偏倚流速に着目し、これが外岸部頂点において正となる場合に、蛇行の前進と拡大がもたらされると考え、Engelund² の解を利用してその条件を定式化し、この分野に新しい視点をもたらした。しかし、この研究では、河床の影響は二次的なものとみなされており、砂州の発生とそれにもとづく水流の蛇行という他の研究とは異なる見地が示されている。

著者らは、水流の蛇行の第一要因は、やはり河床形状にあると考えるが、しかし、河岸の浸食とそれによる蛇行流路の発達、河床と曲りの両者の作用にもとづく偏倚流にあり、この点に関して池田らの仮定が用いられるものと考えた。以下、このような観点によって、蛇行の発達条件について考察する。

2. 砂州をともなう蛇行流路内の流れ： 図-1 (a) に示すような軸系をもつ一樣幅広矩形断面の蛇行流路に対して、図-1 (b)、(c) のように水理量を定義し、準定常状態の運動を考える。河床の影響を重視する場合、横断方向の場所的加速度項は無視しえない。したがって、 u, v, ξ に関する無次元線形化方程式は、(1) ~ (3) 式のようになる。ただし、 u, v は U_0 で、 ξ, η, r および s は

Ho で、 n は $B/2$ でそれぞれ無次元化されており、また、 $\varepsilon = 2Ho/B, f = \text{まさつ係数}, F^2 = U_0^2/gHo$ である。ところで、式中の r と η は、流れを境界づける流路と河床の形状であり、問題を単純な状態に分解しうるように、(4) および (5) 式で表わす。ただし A は、わん曲横断面内の二次流に平衡する河床形状のパラメタであり、その内容は、池田によって詳しく検討されている。 a は、 Ho で無次元化された砂州の波高である。

以上の諸式より厳密解を求めることは、非常に難かしく、また、解析の目的にとって必ずしも必要ではない。そこで、 $n = \pm 1$ (河岸) において、 $v = 0$ 、 s 方向に関しては、解が周期変化する (すなわち、過渡状態を考えない) という条件とともに、現象を考慮にいれて次のような近似解を想定する。((6) ~ (8)) これらに対して、Galerkin法を用いると、 $a \sim f$ に関する6本の連立方程式がえられる。このうち、凹岸部頂点においては、 $u = b$ となるので、 b の正負により蛇行の発達、非発達を論ずることができる。((9)、(9-a)、(9-b)) Δ は常に正であり (9-a) のみが用いられる。

3. 蛇行発達におよぼす曲りと河床の効果： (9-a) 式は、三つの要素から成り立っている。すなわち、第1項は、平面的な曲りの効果を示し、第2項の a に関する部分は、砂州による効果を、 A に関する部分は、曲りによる洗掘形状による効果を表わしている。そこで、それぞれが単独に働く場合を想定し、比較

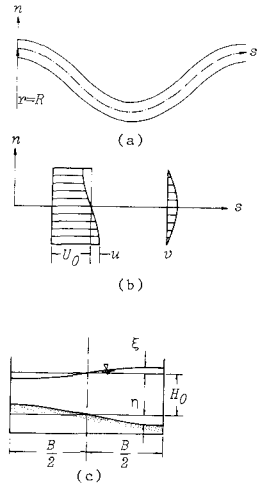


図-1 座標系と記号の定義

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{1}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial s} + f \left\{ u - \frac{1}{2} (\xi + \eta) \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\varepsilon}{F^2} \frac{\partial \xi}{\partial n} + \frac{1}{r} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial \xi}{\partial s} + \varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial \eta}{\partial s} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} \cos \omega s \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\eta = \left(\frac{A}{\varepsilon R} n + a \sin \frac{\pi}{2} n \right) \cos \omega s \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\hat{u} = \sin \frac{\pi}{2} n (a \sin \omega s + b \cos \omega s) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\hat{v} = \cos \frac{\pi}{2} n (c \sin \omega s + d \cos \omega s) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\xi = \sin \frac{\pi}{2} n (e \sin \omega s + f \cos \omega s) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$b = \frac{b_{RA}}{\Delta} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$b_{RA} = \frac{4\varepsilon}{R} \left[\frac{g(F^2-1)\omega^4 - 2\{3f^2R^4 + (\pi\varepsilon)^2\omega^2 + (\pi\varepsilon fF)^2\}}{(\alpha + \pi^2\varepsilon R)} \right] \left[16(F^2-1)\omega^6 - 8(\pi\varepsilon)^2\omega^4 - 6(\pi\varepsilon fF)^2\omega^2 + \frac{1}{2}f^2(\pi\varepsilon)^4 \right] \quad \dots\dots\dots (9-a)$$

$$\Delta = \omega^2 \{ 4(F^2-1)\omega^2 - (\pi\varepsilon)^2 \}^2 + f^2 \{ 8F^2\omega^2 - (\pi\varepsilon)^2 \}^2 \quad \dots\dots\dots (9-b)$$

$$\omega < \frac{fF}{\sqrt{2}} \quad \dots\dots\dots (10-1) \quad \omega > \frac{\pi\varepsilon}{2\sqrt{F^2-1}} \quad (F>1) \quad \dots\dots\dots (10-2)$$

$$\omega_{RP} \approx \frac{fF}{\sqrt{6}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$F^2 < \frac{40(\pi\varepsilon)^2\omega^2 + 5(\pi\varepsilon)^4}{288\omega^4 + \{28(\pi\varepsilon)^2 + 72f^2\}\omega^2 - 9(\pi\varepsilon f)^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\omega < \sqrt{\frac{\pi\varepsilon f}{2\sqrt{2}}} \approx \sqrt{\varepsilon f} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\omega_{AP} \approx \pi\varepsilon \sqrt{\frac{3}{40A} \left\{ \sqrt{\frac{40}{9} \left(\frac{A^2}{\pi\varepsilon} \right)^2 + 1} - 1 \right\}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

を行う。ただし、極値を考える際には、相似な形状を想定するために、 $1/R = \theta_0 \omega$ (θ_0 : 流路の谷軸に対する最大偏角) とおく。
$$\frac{b_{RP}}{b_a} = \frac{16}{3\sqrt{\theta}} \frac{\theta_0}{\pi^2} \frac{f F^2}{\alpha \varepsilon} \dots\dots\dots (15)$$

(1) 流路が蛇行し、河床が平坦な場合： $a=0, A=0$ とおくことにより、発達条件は、図-2~4に示す二つの領域となる。これらは、近似的に(10-1)、(10-2)になり、前者は、池田らの条件に等しい。 b の極大点は、(9-a)を微分して0におくことからおよそ(11)式となる。これも池田らの式に一致している。

(2) 流路が直線で、河床に砂州がある場合： $1/R=0$ とおくことにより、発達領域は図中の二つになる。しかし、林³による砂州の発生限界が、(12)となるので、右側の領域は意味をもたない。一方、左側は、 F よりも ε と f によって変り、(13)で表わされる。

ところで、この条件の場合は、 b の極値が存在しない。しかし a の成長速度が ω によるので、 b はそれに規定される。

(3) 流路が蛇行し、砂州が存在しない場合： $a=0$ とおく領域は A によって変る。いま、 $A=10$ の例を図中に示す。これは(12)によって制限されない。極大点は近似的に(14)にてあたえられる。

以上より、偏倚流の大きさの比較を試みる。砂州によるものを基準にとり、比によって表わすと、(1)については ω が(11)のとき(15)となる。十分に発達した砂州では、 $a=0.05/\varepsilon$ なる関係がみられるので(15)は $4.41\theta_0 f F^3$ となり、自然河川ではこの値は1割に満たないと考えられる。(3)については、 $f=0.01, \varepsilon=1/15, A=10, F=0.3$ としたとき、比は、 $1.37\theta_0$ となり、 $\theta_0=42^\circ$ 程度で砂州と同程度の効果が生ずることがわかる。

4. 実験による検討： 上述の結果を用いれば、実際河川の状態を図-2中の記号によって分類することができる。I、I'、II、I_kは砂州があって蛇行が発達する領域、III、II'は砂州なしで発達する領域、IVは非発達の領域である。そこで、各領域に入る実験をおこない、流路の発達状態を調べる。図-5~7は、I、I'、IVに入ったRunC、I、Hの拡幅速度を描いたものであるが、RunC、Iは曲頂部で顕著な浸食がおこり、Hではそれが認められない。他の実験でもこれが確認されており、上述の議論は成立するものと考えられる。

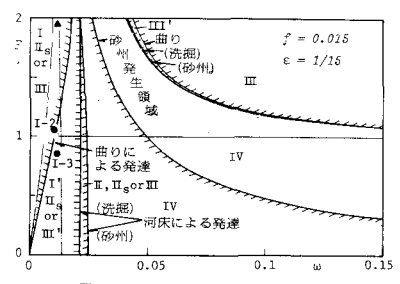


図-2 蛇行発達領域の区分

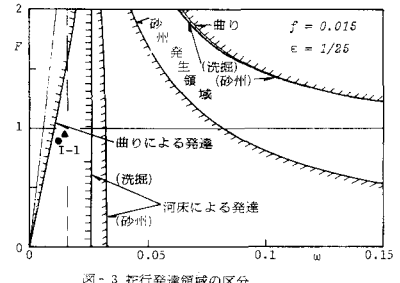


図-3 蛇行発達領域の区分

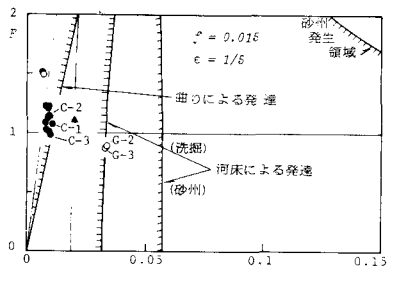


図-4 蛇行発達領域の区分

- 1) 池田・日野・吉川：河川の自由蛇行に関する理論的研究
土木学会論文報告集、No.255 1976-11
- 2) Englund, F.: Flow and bed topography in channel bends
J. of Hy. Div. By 11 ASCE 1974-11
- 3) 林・尾崎：河床安定理論の立場からみた河川蛇行の卓越波長について、土木学会第20回水理講演会論文集、1976-2
- 4) 伊藤・長谷川：蛇行流路の発達に関する実験的研究
土木学会北海道支部論文報告集、第35号 1979-2

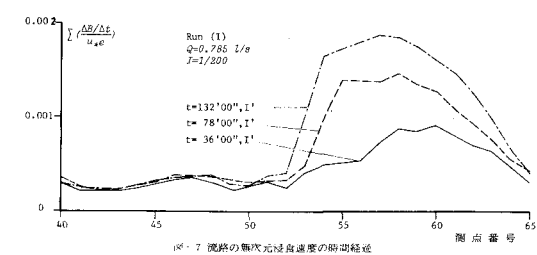


図-7 流路の軸次元拡速速度の時間経過

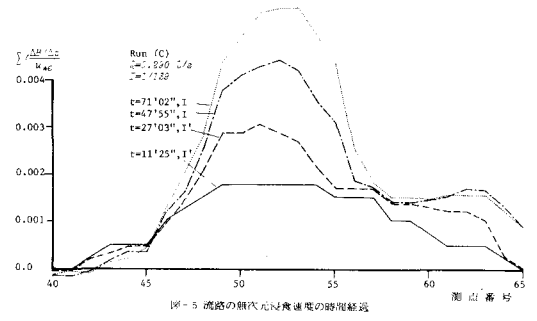


図-5 流路の軸次元拡速速度の時間経過

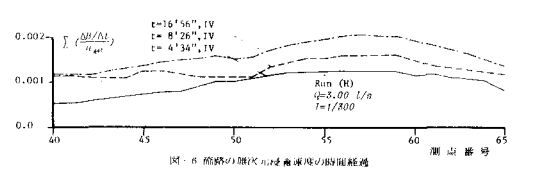


図-6 流路の軸次元拡速速度の時間経過