

II-94 河床波のSteepnessに関する研究

中央大学理工学部 正会員 林 泰造
中央大学大学院 O 学生員 矢内 栄二

1. はじめに

移動床水路では、水理条件と河床砂礫の特性に応じて各種の河床波が発生する。

本研究では、それらの河床波のうち Ripple と Dune の Steepness について、河床安定理論の成果を用いて理論的に研究を行なった。

2. 理論的考察

(a) 河床波の波長について

林 (1970) によると Dune の安定限界は次式で与えられる。

$$Fr^2 = \frac{1}{kD \tanh kD} [1 - \operatorname{sech} kD] \quad (1)$$

ここに k : 波数, D : 水深

図-2 から, (1) 式は $Fr < 0.6$ に対して

$$Fr^2 = \frac{1}{kD} \quad (2)$$

と近似できる。

ここで卓越波数が安定限界の α_1 倍 ($\alpha_1 \leq 1$) とおく

と, (2) 式は

$$Fr^2 = \frac{\alpha_1^2}{kD} \quad (3)$$

$$kD = \frac{\alpha_1^2}{Fr^2} \quad (4)$$

となる。ここで定義から

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (5)$$

$$\gamma_*' = \frac{DS'}{(s-1)d} = \frac{D}{(s-1)d} \frac{Fr^2}{\phi_0^2} \quad (6)$$

ここに L : 河床波の波長, s : 砂の比重, d : 粒径
 S' : エネルギー勾配, γ_* : flat bed の時の無次元掃流力, ϕ_0 : flat bed の時の流速係数 ($= 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{D}{d}$)
(5), (6) 式から kD の定義式として次式が与えられる。

$$kD = \frac{d}{L} \frac{2\pi(s-1)\phi_0^2}{Fr^2} \gamma_*' \quad (7)$$

(7) 式を (4) 式に代入すると、河床波の波長に対する式として次式が得られる。

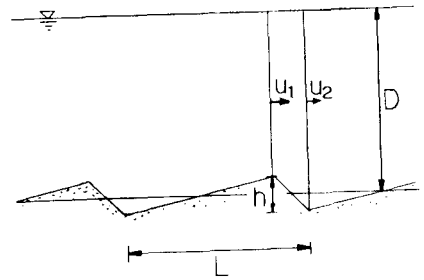


Fig. 1

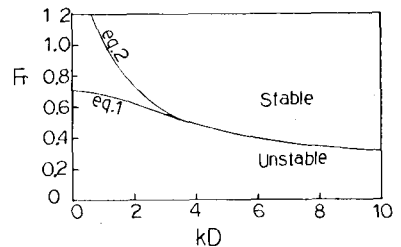


Fig. 2

$$\frac{L}{d} = \frac{2\pi(s-1)\phi_0^2}{\alpha_1^2} \gamma_*' \quad (8)$$

今標準砂について係数を定めると

安定限界に対しては, $\alpha_1 = 1$, $s = 2.65$ より

$$\frac{L}{d} = 10.4 \phi_0^2 \gamma_*' \quad (9)$$

卓越波数に対しては $\alpha_1 = 0.5$ とし

$$\left(\frac{L}{d}\right)_p = 41.6 \phi_0^2 \gamma_*' \quad (10)$$

(b) 河床波の Steepness について

図-1 のような広矩形の移動床直線水函を考えると、断面急流による損失水頭 $\Delta H''$ は

$$\Delta H'' = \alpha \frac{(u_1 - u_2)^2}{2g} \quad (11)$$

ここに α : 係数 ($\cong 1$)

ここで h : dune height, q : water discharge per unit width とおくと, u_1, u_2 はそれぞれ

$$u_1 = \frac{q}{D - \frac{h}{2}} \quad (12)$$

$$u_2 = \frac{q}{D + \frac{h}{2}} \quad (13)$$

と表わされる。

(12) と (13) を (11) 式に代入すると、次式が得られる。

$$\Delta H'' \cong \frac{\alpha v^2}{2g} \left(\frac{h}{D} \right)^2 \quad (14)$$

ここに v : 断面平均流速

よって一波長当りの急流によるエネルギー勾配は、

$$S'' = \frac{\Delta H''}{L} = \frac{\alpha v^2}{2g} \left(\frac{1}{L} \right) \left(\frac{h}{D} \right)^2 \quad (15)$$

と表わされる。

(15) 式の両辺に $\frac{D}{(s-1)d}$ をかけると、

$$\tau_*'' = \frac{h^2}{L^2} \frac{\alpha}{2(s-1)} Fr^2 \frac{L}{d} \quad (16)$$

よって Steepness は

$$\frac{h}{L} = \left\{ \tau_*'' \frac{2(s-1)}{\alpha Fr^2} \frac{d}{L} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$= \left\{ (\tau_* - \tau_*') \frac{2(s-1)}{\alpha Fr^2} \frac{d}{L} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

ここで前節の (8) 式を (18) 式に代入して、

$$\frac{h}{L} = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\alpha\pi}} \frac{1}{Fr \cdot \phi_0} \left(\frac{\tau_*}{\tau_*'} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

次に図-3 に示すような Engelund の式

$$\tau_* = \tau_{*c} + 0.4 \tau_*^2 \quad (20)$$

を導入すると (19) 式は

$$\frac{h}{L} = \frac{\alpha_1}{\sqrt{\alpha\pi}} \frac{1}{Fr \cdot \phi_0} \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c} + 0.4 \tau_*^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

となる。(21) 式が本研究での Steepness の式である。

$\alpha = 1$ から安定限界に対しては (22) 式, 卓越波数に対しては (23) 式がそれぞれそれぞれ与えられる。

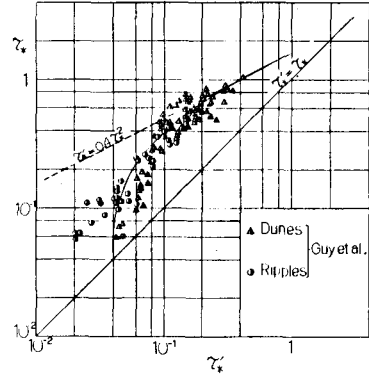


Fig. 3

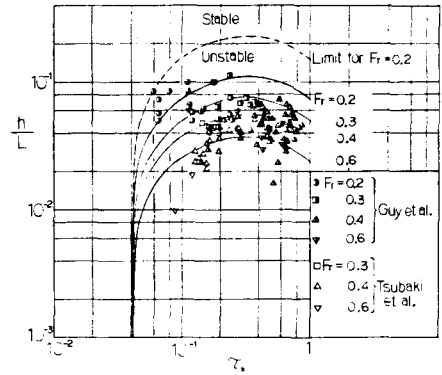


Fig. 4

$$\frac{h}{L} = \frac{0.564}{Fr \cdot \phi_0} \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c} + 0.4 \tau_*^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

$$\left(\frac{h}{L} \right)_p = \frac{0.282}{Fr \cdot \phi_0} \left(\frac{\tau_*}{\tau_{*c} + 0.4 \tau_*^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

4. 実験との比較

理論と実験値を比較すると図-4 のようになる。但し図-4 において $\tau_{*c} = 0.04$ とした。図-4 で実験は同一の τ_* に対して広い範囲の $\frac{h}{L}$ の値を持っているが、理論との比較によりそれはフルード数の影響によるものであることがわかる。また、図-4 において安定限界がそれぞれのフルード数に対して与えられ、これが Steepness の限界となっていることがわかる。Engelund の式 (20) で、図-3 から Guy らの Data の Ripples を含めた場合は $\tau_{*c} = 0.04$ とした方がよいことがわかる。