

東京工業大学大学院 学生員 〇奥津一夫

東京工業大学工学部 正 員 福岡捷二

東京工業大学工学部 正 員 福岡祐介

1. 基礎方程式と解 G. Parker¹⁾は、図1に示すような河床波上に砂の流動層を考慮反砂堆の発生限界を示した。しかし、河床波の発生の様子をみると、砂の流動層と河床波の間にも位相差がみられる。本研究では、流動層厚の場所的な変化を考慮することにより、反砂堆ばかりでなく砂堆の発生限界についても説明できることを示し、実験によってモデル中のパラメータの値について検討する。

流動層の厚さが場所的に変化するとすれば、流動層に対する運動方程式・連続式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{\alpha} \right) - \left(\frac{q}{\alpha} \right)^2 \frac{\partial \alpha}{\partial x} &= \frac{1}{\rho_s} (\tau_o - \tau_g) \quad \dots (1) \\ \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-P} \frac{\partial q}{\partial x} &= 0 \quad \dots (2) \end{aligned} \quad \left\{ \begin{array}{l} q: \text{流砂量}, \alpha: \text{流動層厚} \\ \tau_o: \text{底面せん断力}, \tau_g: \text{流動層内のせん断力} \\ P: \text{空ゲキ率} \end{array} \right.$$

τ_o は次の形に仮定し、 τ_g はEinstein-Brownの流砂量式を用いる。

$$\tau_o = \rho C_f U_b^2 \quad \dots (3)$$

$$\tau_g = K (g q)^{1/2} (g d_s)^{1/2} \quad \dots (4)$$

諸量を平均値と変動量とに分解し、線形化する。すなわち、 $q = \bar{q} + q'$
 $U_b = \bar{U}_b + U_b'$, $\tau_o = \bar{\tau}_o + \tau_o'$, $\tau_g = \bar{\tau}_g + \tau_g'$, $z = z'$ とおき、得られた結果を無次元化する。

$$E \left(\frac{\partial z'}{\partial t} + 2N \frac{\partial q'}{\partial x} \right) = R^2 \left(\frac{6\beta U_b}{R} - q \right) + 2EN\beta \frac{\partial \alpha}{\partial x} \quad \dots (5)$$

$$\frac{\partial z'}{\partial t} + \frac{\partial q'}{\partial x} = 0 \quad \dots (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z = z'/d_o, x = x'/d_o, t = (U/d_o) t \\ E = 3 \frac{\rho_s}{\rho} \frac{g_o}{4 U d_o}, \beta = \frac{1}{1-P} \frac{g_o}{U d_o}, N = \frac{g_o}{U \alpha_o}, R = \frac{U_b}{U} \\ q = [1/(1-P)] [q'/U d_o] \quad U_b = U_b'/U \end{array} \right.$$

底面形状・流動層厚は正弦波形で与える。

$$z = a(0) e^{wt} \sin k(x-ct) \quad \dots (7)$$

$$\alpha = b(0) e^{wt} \sin [k(x-ct) + \phi] \quad \dots (8)$$

中：図2に示すように流動層厚と底面形状の位相差

また、流れをポテンシャル流と与えると無次元変動流速 U_b' は、

$$U_b' = \phi_x (y=-1) = -a(0) \coth k(D-1) k \sin k(x-ct)$$

である。以上の準備のもとに(5)式を解く。 $t \gg E$ とすれば、

図2 本理論のモデル

$$\begin{aligned} q &= 6\beta R a(0) k \coth k(D-1) \frac{R^2 + \omega E}{(R^2 + \omega E)^2 + [E k(2N-C)]^2} e^{wt} \times \left\{ -\sin k(x-ct) + \frac{E k(2N-C)}{R^2 + \omega E} \cos k(x-ct) \right\} \\ &+ 2N\beta k b(0) \frac{(R^2 + \omega E) E}{(R^2 + \omega E)^2 + [E k(2N-C)]^2} e^{wt} \times \left\{ \cos [k(x-ct) + \phi] + \frac{E k(2N-C)}{R^2 + \omega E} \sin [k(x-ct) + \phi] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

(6)式に(7),(9)式を代入して t についての恒等式を満たす条件から、 ω, c が求まる。

$$\omega = 6\beta R k \coth k(D-1) \frac{k^2 E(2N-C)}{(R^2 + \omega E)^2 + [E k(2N-C)]^2} + 2N\beta k^2 b(0) \frac{E(R^2 + \omega E)}{a(0)(R^2 + \omega E)^2 + [E k(2N-C)]^2} \left\{ \cos \phi + \frac{E k(2N-C)}{R^2 + \omega E} \sin \phi \right\} \quad (10)$$

$$c = -6\beta R k \coth k(D-1) \frac{k^2 E(2N-C)}{(R^2 + \omega E)^2 + [E k(2N-C)]^2} - 2N\beta k^2 b(0) \frac{E(R^2 + \omega E)}{a(0)(R^2 + \omega E)^2 + [E k(2N-C)]^2} \left\{ \sin \phi - \frac{E k(2N-C)}{R^2 + \omega E} \cos \phi \right\} \quad (11)$$

河床波が発生する条件は $\omega > 0$ で、河床波の移動方向は c の符号で与えられる。フルード数と波数 k 、水深 D と

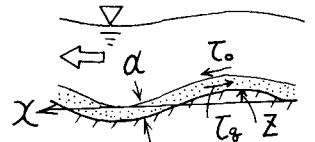
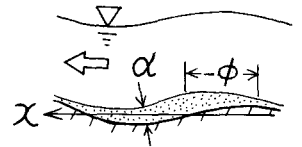


図-1 Parker のモデル



の間には、 $kF^2 = \tanh kD$ なる関係があるので、(10)、(11)式の正負はフルード数と k により判定できる。

$wE \ll 1$ 、 $N \ll C$ 、 $R = 1$ のもとで、 $w \cdot C$ の正負に關係する方程式は次のようになる。

(i) w の正負

(ii) C の正負

$$\begin{cases} F^2 = \tanh k / k \\ F^2 = \frac{\gamma(\cos\phi + 2ENk \sin\phi) \tanh k - 6k}{k\gamma(\cos\phi + 2ENk \sin\phi) - 6k^2 \tanh k} \end{cases} \dots (12)$$

$$\begin{cases} F^2 = \tanh k / k \\ F^2 = \frac{3 - \gamma EN(\sin\phi - 2ENk \cos\phi) \tanh k}{3k \tanh k - \gamma k EN(\sin\phi - 2ENk \cos\phi)} \end{cases} \dots (13)$$

ただし $\gamma = b(0)/a(0)$

表1は、(12)、(13)式で EN 、 γ 、 ϕ が取りうる可能性のある組合せでどのような河床波が現われるかを示したものである。表中の記号は、 $\textcircled{A}$ ：上流に進む反砂堆、 A ：下流に進む反砂堆、 $\textcircled{D}$ ：下流に進む砂堆、 D ：上流に進む砂堆を表わす。 $\pi/2 \leq \phi \leq 3\pi/4$ では、 EN 、 γ の値によらず反砂堆が発生している。 $\phi = 0, \pi/4$ では、 γ が大きいところで砂堆が発生するとともに下流に進む反砂堆の発生もみられる。 $\phi = \pi/4$ の場合も $\phi = 0$ と同じ傾向がある。

2. 各パラメータの実験による検討 EN 、 γ 、 ϕ の値は河床波形態に著しい影響を与える。しかし、理論ではそれらのパラメータを決定することはできない。そこで、実験によって種々の河床形状に対する各パラメータが取りうる範囲を検討する。実験は長さ9m、幅4cmの可変勾配水路で行なった。

(1) EN ： EN は、砂の運動量と木の運動量の比に相当する。本実験やGuy²⁾のデータによれば表2の値をとる。約0.1を境に砂堆と反砂堆に完全にわかれる。

(2) ϕ ： ϕ は底面形状と砂の流動層厚さの位相差である。河床波を側方から撮影し、写真から砂面上の流動層を判定する。流動層はうすいのでその中の濃度分布は一様であると考え、位相差 ϕ を求めた。表2に結果を示す。砂堆と反砂堆では位相のずれ方が逆である。つまり、砂堆では流動層は河床波の山の downstream (流れは減速域) で厚くなり砂の堆積が起こる。その結果、砂堆は下流に進む。一方、反砂堆では逆に河床波の山の upstream (流れは減速域) で厚くなり堆積が起こり、反砂堆は上流に進む。このように、位相差 ϕ は、河床波の進行方向を決定する重要なパラメータであると考えられる。

(3) γ ： γ は河床波の初期波高と流動層の初期振幅の比($b(0)/a(0)$)である。この値は直接実験から求めることはできないので、実験から河床波の発達率を求め(10)式を用いて逆算した。表2に示すように、 γ の値は砂堆の方が反砂堆にくらべて十分大きい。これは、流砂の慣性効果が小さい(EN の値が小さい)砂堆の方が河床波の振幅の変化に対して流動層が大きく変化しやすいためと考えられる。

結論 砂堆・反砂堆について各パラメータはそれぞれ固有の値をもつ。この値を(12)、(13)式に用いれば、砂堆・反砂堆の発生領域の予想が可能である。図3に砂堆、図4に反砂堆の発生領域を示した。

$EN \backslash \phi$	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$5\pi/4$	$3\pi/2$	$7\pi/4$
10^{-2}	1 $\textcircled{A}$ A							$\textcircled{A}$ A
10^{-1}	10 $\textcircled{D}$ A				$\textcircled{A}$			$\textcircled{D}$ A
1	1 $\textcircled{A}$ A							$\textcircled{A}$ A
10^2	10 $\textcircled{D}$ A							$\textcircled{D}$ A
10^3	1 $\textcircled{A}$ A							$\textcircled{A}$ A
10^4	10 $\textcircled{D}$ A							$\textcircled{D}$ A
10^5	1 $\textcircled{A}$ A							$\textcircled{A}$ A
10^6	10 $\textcircled{D}$ A							$\textcircled{D}$ A
10^7	1 $\textcircled{A}$ A							$\textcircled{A}$ A

表1 発生理論によるパラメータと発生河床波

	砂堆	反砂堆
EN	0.01以下	0.1以上
ϕ	約 $5\pi/3$	約 $\pi/5$
γ	50程度	5程度

表2 各パラメータ値

参考文献

1) G. Parker "Sediment Inertia as Cause of River Antidune" Journal of the Hydraulics Division, 1975 P220-21
2) Guy, H.P. "Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiment 1956~61"

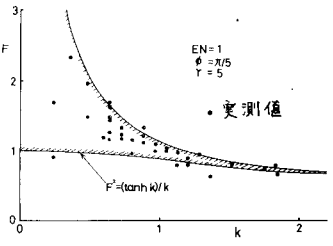


図-4 反砂堆の発生領域

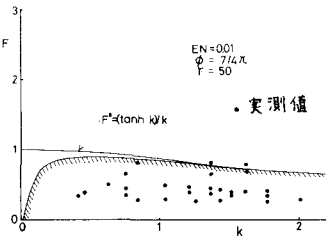


図-3 砂堆の発生領域