

中央大管理工学部 正会員 林 泰造
中央大学大学院 学生会員 ○大西 光陽

1. はじめに 移動床水路において河床波の発生条件を明らかにするためには、種々の局所的な水理条件を明らかにしなければならない。例えば、河床形態を区分するためには河床波と水面波の位相差が必要となる。また、河床波の発生機構を明らかにするためには、河床波と河床に作用するせん断応力分布の位相差の関係を明らかにしなければならない。そこで、本研究は水流に turbulent shear flow model を用いて、波状境界上の開水路流れについて解析し、波状境界とその他の水理量の変動成分との関係を明らかにすることを考えた。また、Yuen and Kennedy (1971) の実験値との比較も行なった。

2. 基本式と境界条件

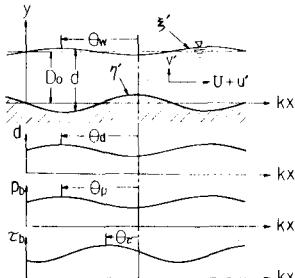


図-1

図-1に示すような波状境界上の2次元的な流れについて考える。流れは定常であるとして、基本式には次式を用いる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = gS - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \epsilon \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

ここで、 $u = \bar{U} + u'$, $v = v'$: 流速成分, $p = P + P'$: 圧力, S : 河床勾配, ϵ : 涡動粘性係数, である。

水面および河床における境界条件は,

$$P = 0 \quad | \quad (4)$$

$$u \frac{\partial \xi'}{\partial x} = v \quad \left. \right|_{at \ y = D_0 + \xi'} \quad (5)$$

$$\epsilon \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (6)$$

$$u \frac{\partial \eta'}{\partial x} = v \quad \left. \right|_{at \ y = \eta'} \quad (7)$$

$$u_*^2 = \left(\frac{U_*}{U_b} \right)^2 u_b^2 \quad \left. \right|_{at \ y = \eta'} \quad (8)$$

ここに、 $U_* = U_* + u'_*$: せん断速度, $u_b = U_b + u'_b$: 河床面上の slip velocity, である。

以上(1)～(8)式によって、河床に微小擾乱 ξ' を与えた際 ξ' によって生ずるその他の水流の変動成分が全て求まる。なお、本解析では主流の流速分布は放物線近似とし、渦動粘性係数は断面平均値を用いて解析を行なった。

3. 河床波と水面波の位相差および振幅比 η'/η_0 と ξ'/η_0 の位相差 θ_w , 振幅比 d_0/η_0 は,

$$\theta_w = \ln \left[\left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=1} \right] \quad (9), \quad \frac{\xi_0}{\eta_0} = \left| \left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=1} \right| \quad (10)$$

ここに,

$$\left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=1} = -i F_r \left[\frac{\lambda_1}{k} \left(\frac{C_1}{\eta_0} e^{i\lambda_1} - \frac{C_2}{\eta_0} e^{i\lambda_2} \right) \left\{ U_s - i \frac{k}{2\beta \phi_0} \left(1 - \frac{\lambda_1^2}{k^2} \right) \right\} \right. \\ \left. + \frac{\lambda_2}{k} \left(\frac{C_3}{\eta_0} e^{i\lambda_3} - \frac{C_4}{\eta_0} e^{i\lambda_4} \right) \left\{ U_s - i \frac{k}{2\beta \phi_0} \left(1 - \frac{\lambda_2^2}{k^2} \right) \right\} \right] \quad (11)$$

η_0 , ξ_0 : 河床波と水面波の振幅, $F_r = U_m / \sqrt{g D_0}$, $k = 2\pi D_0 / L$, L : 河床波の波長, $\phi_0 = U_m / U_*$, β : 定数, $\lambda_1 \sim \lambda_4$, $\frac{C_1}{\eta_0} \sim \frac{C_4}{\eta_0}$: 基本式および境界条件によって求まる定数, である。

4. 河床波と水深波の位相差および振幅比 水深の変動成分 d' は $d' = \xi' - \eta'$ であるから, η' と d' の位相差 θ_d および振幅比 d_0/η_0 は,

$$\theta_d = \ln \left[\left(\frac{d'}{\eta'} \right) \right] \quad (12), \quad \frac{d_0}{\eta_0} = \left| \left(\frac{d'}{\eta'} \right) \right| \quad (13)$$

ここに, $\frac{d'}{\eta'} = \left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=1} - 1$, である。

5. 河床波と河床に働く圧力水頭の位相差および振幅比 河床面上の圧力水頭の変動成分 P'/P_0 と η' の位相差 θ_p , 振幅比 $P_0/P_0 \eta_0$ は,

$$\theta_p = \ln \left[\ln \left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=0} \right] \quad (14), \quad \frac{P_0}{P_0 \eta_0} = \left| \left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=0} \right| \quad (15)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \left(\frac{\hat{P}}{\eta_0} \right)_{y=0} &= \frac{Fr^2}{R^2} \left[\frac{1}{2\beta\varphi_0} \left\{ \lambda_1^3 \left(\frac{C_1}{\eta_0} - \frac{C_2}{\eta_0} \right) + \lambda_2^3 \left(\frac{C_3}{\eta_0} - \frac{C_4}{\eta_0} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left(\frac{1}{2\beta\varphi_0} R^2 + iR U_b \right) \left\{ \lambda_1 \left(\frac{C_1}{\eta_0} - \frac{C_2}{\eta_0} \right) + \lambda_2 \left(\frac{C_3}{\eta_0} - \frac{C_4}{\eta_0} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + iR \left(\frac{C_1}{\eta_0} + \frac{C_2}{\eta_0} + \frac{C_3}{\eta_0} + \frac{C_4}{\eta_0} \right) \frac{2\beta}{\varphi_0} \right\} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

6. 河床波と河床せん断応力の位相差 θ_w と河床に働くせん断応力の変動成分 P_0 の位相差 θ_p は、

$$\theta_p = \ln \left[\ln \left(\frac{P_0}{\eta'} \right)_{y=0} \right] \quad (17)$$

ここで、

$$\left(\frac{P_0}{\eta'} \right)_{y=0} = \frac{4\beta}{U_b \varphi_0} + i \frac{2}{R U_b} \left\{ \lambda_1 \left(\frac{C_1}{\eta_0} - \frac{C_2}{\eta_0} \right) + \lambda_2 \left(\frac{C_3}{\eta_0} - \frac{C_4}{\eta_0} \right) \right\} \quad (18)$$

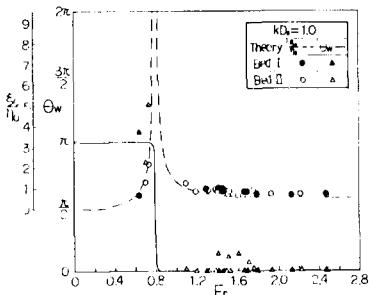


図-2

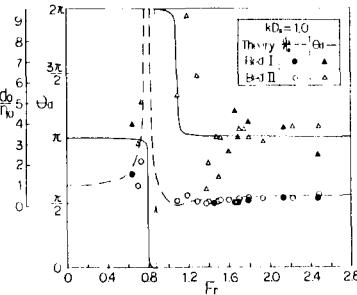


図-3

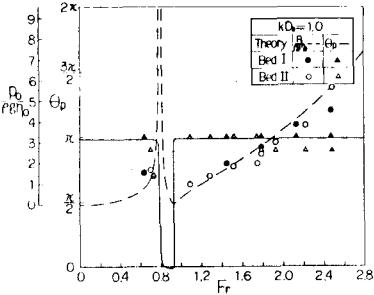


図-4

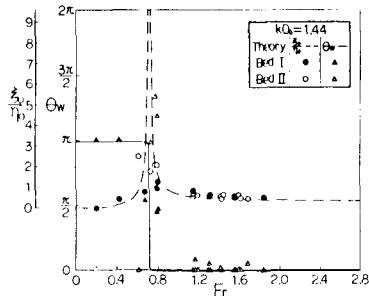


図-5

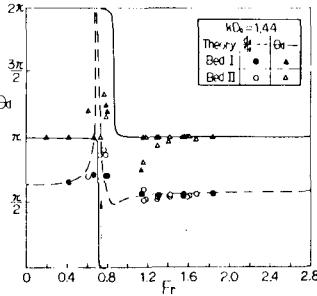


図-6

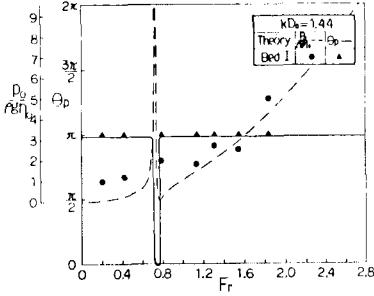


図-7

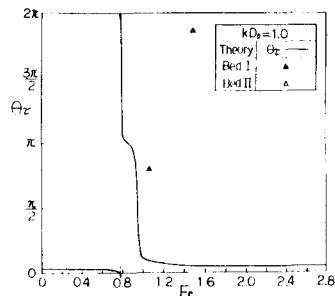


図-8

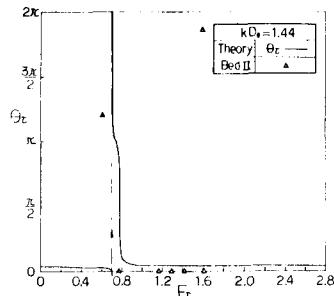


図-9

7. 実験値との比較 以上の式によって求められた河床波に対する各変動量の位相差および振幅比を, Yuen & Kennedy の実験値と比較したものが図-2 ~ 図-9である。実験データには, Airy speed に対応する Fr付近で表面波が Jump しているもの, また, 振幅比が小さくて位相差が十分な精度で測定できないと思われる値もプロットしてある。これらのこととを考慮すると, 本解析結果と実験値はよく一致しているといえる。

8. ますび 本研究はせん断流モデルで, 微小振幅の波状境界上の開水路流れを解析したのであるが, Airy speed 近くの流れを除けば, 河床波とそれにに対する各変動量間の相互関係が明らかになった。

参考文献 林泰造・大西光陽: 河床安定理論の立場からみた小規模河床波の発生について, 第23回水講, 1979. Yuen, A.F. and Kennedy, J.F.: A laboratory investigation of free surface flow over wavy beds, IIHR Report No.121, 1971. Iwasaki, Y. and Kennedy, J.F.: Free surface shear flow over a wavy bed, Proc. ASCE, vol. 94, HY2, 1968.