

II-66 管内非圧縮性流体振動に及ぼす断面急変部の影響について

東京都立大学工学部 正負 安 川 浩
" 正負 宇 井 正 和

1. 緒言. 貯水池から水力発電所に至る管路系における非圧縮性流体振動については、これまで多くの優れた研究がなされているが、管路の急膨や急縮、あるいは管路内にオリフィス状の狭窄部を有する場合に、それらを明確に計算式に組み込む方法についてはあまり述べられてはいないように思われる。本報告では振動流装置を用いて測定した管内オリフィス及び急膨、急縮部分における圧力分布の諸側面を紹介し、それに基づき、連結管や、オリフィスを装着した管内の自由振動に於いては、解析解を導き、最後にオリフィス状の三角形凹欠きを有する管内流量制御弁からの非定常流量と境界条件として4本のライザーを有する管路系の水面振動に適用し、満足する結果が得られたことを述べる。

2. 振動流による断面急変部の圧力

2.1 管内オリフィス

管径10cmの振動流装置に装着した口径5.0, 3.0, 1.0cmの管内オリフィスの狭窄部とオリフィス面との差圧を振動流の周期とオリフィス面上の測定値を変えて実測した結果、次の諸点から明らになった。

- i) オリフィス面上の圧力分布は事実上均一である。
- ii) 上記差圧は振動の速度水頭に比例する。
- iii) オリフィス前後の差圧と速度水頭との比であるオリフィスの圧力降下係数にオリフィスの遮蔽率 $(1-\alpha)$ を乗じたものは定常流におけるオリフィスの損失係数とほぼ等しい。

2.2 管路の急縮と急膨

管径10cm→5cmの急縮部ににおける圧力分布は、オリフィスににおけると同様均一な分布を示し、急縮の前後における圧力差はやはり速度水頭に比例し、比例定数は運動量方程式から導かれる $C = 2(A/a)^2(1-\alpha A/A)/\rho$ に基づき縮流係数 $\sigma = 0.8$ の場合に対応する。また管径5cm→10cmの急膨部では、前者ににおけるような顕著な圧力の急変は認められなかった。

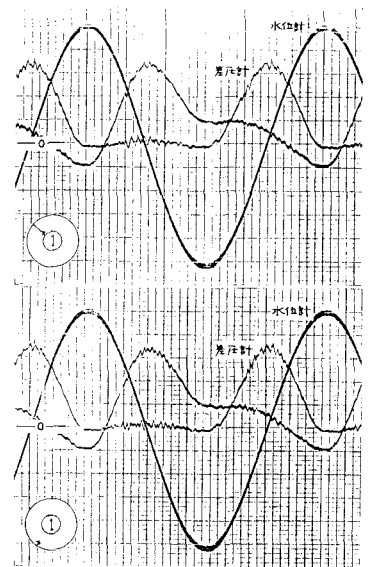


図1 オリフィス面上の2点の圧力

3. 断面急変部を考慮した連結管自由振動の解法

鉛直な側壁部の水面積が A_1, A_2 である2基の大水槽を直径 $2r_0$ 、長さ l の一様管で結ぶ連結管を考え、管軸は左から右への向きを正にとり、水槽壁の摩擦を無視し、両水面と一様管への出入りとの間に運動量方程式と連続式を適用すれば、一様管両端における動水勾配線の差は次式で与えられる。

$$\left(\frac{P_1}{\gamma g} + h_1\right) - \left(\frac{P_2}{\gamma g} + h_2\right) = -\left(\frac{a_1}{A_1} + \frac{a_2}{A_2}\right)\xi - \frac{1}{g}\left[\left(\frac{a_1}{A_1}H_1 + \frac{a_2}{A_2}H_2\right)\frac{d^2\xi}{dt^2} - \left(\frac{a_1^2}{A_1^2} - \frac{a_2^2}{A_2^2}\right)\xi\frac{d^2\xi}{dt^2}\right] \\ - \frac{1}{g}\left(\frac{a_1}{A_1} - \frac{a_2}{A_2}\right)\left(1 - \frac{a_1}{A_1} - \frac{a_2}{A_2}\right)u^2 - \frac{\omega_1 - \omega_2}{\gamma g} \dots \dots \dots (3.1) \\ \therefore \omega_1 = \frac{1}{A_1} \int_{A_1-a} (P_1 - P_2) dA, \quad \omega_2 = \frac{1}{A_2} \int_{A_2-a} (P_1 - P_2) dA$$

一六. 一樣管路部の運動方程式 $\frac{\partial u}{\partial t} = gI + \frac{\gamma_0}{r_0} \frac{\tau_0}{\gamma}$. 疑似定常の仮定 $\frac{\partial \tau_0}{\partial t} = -\frac{f}{4r_0} u^2$
 測定結果は是く仮定 $(\omega_1 - \omega_2)/\gamma g = C u^2/2g$ により係数 C を定義し次式を得る。

$$(\alpha + \beta \xi_*) \frac{d^2 \xi_*}{dt_*^2} + \frac{m}{2} \left(\frac{d\xi_*}{dt_*}\right)^2 + \xi_* = 0 \dots (3.2)$$

$$\text{但し } \tau_* = \tau t, \quad \xi_* = \xi/r_0, \quad n^2 = \frac{g}{\ell} \left(\frac{a_1}{A_1} + \frac{a_2}{A_2}\right) \\ \alpha = 1 + \left(\frac{a_1}{A_1} \frac{H_1}{\ell} + \frac{a_2}{A_2} \frac{H_2}{\ell}\right), \quad \beta = -\frac{r_0}{\ell} \left\{ \left(\frac{a_1}{A_1}\right)^2 - \left(\frac{a_2}{A_2}\right)^2 \right\} \\ m = \frac{f}{2} + C \cdot \frac{r_0}{\ell} + 2 \cdot \frac{r_0}{\ell} \left(\frac{a_1}{A_1} - \frac{a_2}{A_2}\right) \left(1 - \frac{a_1}{A_1} - \frac{a_2}{A_2}\right)$$

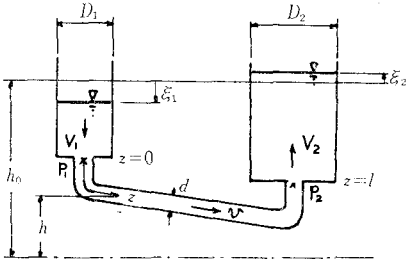


図2 流れの概況

式(3.2)は積分因子 $\left(\xi + \frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{m}{\beta}} \left(\xi - \frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\frac{m}{\beta}}$ により積分して ξ の極小値 Σ_0 を得る。この値より運動方程式を解く。

$$\frac{d\xi}{dt} = \sqrt{\frac{2}{\beta+m} \left(\Sigma_0 - \frac{\alpha}{m}\right) \left\{ \left(\frac{\xi + \frac{\alpha}{\beta}}{\Sigma_0 + \frac{\alpha}{\beta}}\right)^{\frac{m}{\beta}} - \frac{\xi - \frac{\alpha}{\beta}}{\Sigma_0 - \frac{\alpha}{\beta}} \right\}} \dots (3.3)$$

即ち次の極小値 Σ_0 (< 0) との値に次の関係式が導かれる。

$$-\frac{m}{\beta} \ln\left(\Sigma_0 + \frac{\alpha}{\beta}\right) - \ln\left(\Sigma_0 - \frac{\alpha}{m}\right) = -\frac{m}{\beta} \ln\left(\Sigma_0 + \frac{\alpha}{\beta}\right) - \ln\left(\Sigma_0 - \frac{\alpha}{m}\right) \dots \dots \dots (3.4)$$

3. 多数のライザーを有する管路内の水面振動

図-3 に示す下流から上流への管路上にライザーを有する流量 Q_i 及び水位 h_i は次式を満足する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dQ_i}{dt} &= \frac{gA_i}{\ell_i} (h_i - h_{i-1}) - \frac{g n_i^2}{A_i R_i^{\frac{4}{3}}} Q_i^2 \\ \frac{dh_i}{dt} &= \frac{1}{S_i} (Q_i - Q_{i-1}) \end{aligned} \right\} \dots (3.5)$$

下流端の流量制御弁操作時の非定常流量と定常流に於ける流量係数を以て近似し、RKF法により計算した結果の一例を図-3に示す。ゲート操作時約1.8~20秒に亘り、実際の水面曲線と計算結果とは満足すべき一致を示した。

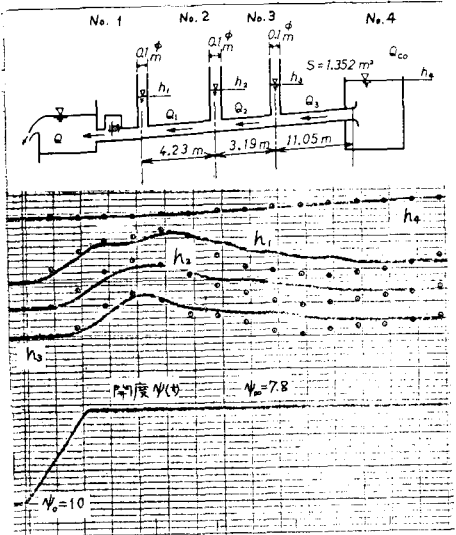


図3 実験値と計算値の比較

[謝辞] 本研究は下水管渠内の過渡現象に因りて東京都下水道局からの委託研究にもお世話になり、終始温かい御指導を賜ったこと、都立大学、川口士郎教授に心よりの謝意を表しました。お当時学生であった東海林司及び福島義信の両君の熱心な協力に負う所大であったことと記してここに謝意を表します。