

日本工営

正員

伊藤 正樹

水資源開発公団

正員

丸山 治

1. はじめに： 筆者らは自然河川における流量伝播の状況について不定流計算による解析を試みたが、その過程で3. に記すような問題が生じたので、その改良法を検討し、かなりの成果が得られたので報告する。対象とした水系は、図-1に示すような千葉県北部に位置するH幹線（人工水路）とK川（自然河川）からなる。H幹線では上流端に存する揚水場P₁によりT川から灌漑期で現行最大14.5 m³/sを取水し、計画でさらに3.0 m³/sの増加取水が予定されている。これらはH幹線を流下したのちK川上流部に合流し、現行取水量および計画量の大部分がK川下流部に位置する取水場P₂、P₃でそれぞれ取水される。本研究では、現行量が取水・流下している状態で、計画量が増加取水され、増加量がP₃まで伝播してゆく状況を解析するものである。

2. 基本式および計算式： 最初の解析は(1)、(2)式に示される開水路非定常流の基本式を保存則の形に直した上で、2 step Lax-Wendroff法¹⁾により差分化・整理した(3)~(6)式を用いた。(3)(4)式は時間ステップのn→n+1/2、(5)(6)式はn+1/2→n+1の過程におけるものである。式中、Aは流積、Qは流量、Q_sは単位長さ当りの横流出入量、gは横流出入量、Vは流速、gは重力加速度、hは水深、Iは河床勾配、Nはマンギングの粗度係数、Rは径深、Pは静水圧、xは流下方向、tは時間を表わす。

$$\partial A / \partial t + \partial Q / \partial x = Q_s \quad \text{〔連続式〕} \cdots (1)$$

$$\partial V / \partial t + V \cdot \partial V / \partial x + g \partial h / \partial x = g(I - N^2 V^2 / R^{4/3}) \quad \text{〔運動方程式〕} \cdots (2)$$

$$n+1/2 A_{j \pm 1/2} = \frac{n A_j + n A_{j+1}}{2} + \frac{\Delta t}{2} \frac{n Q_{j+1} - n Q_j}{\Delta x} + \frac{\Delta t}{4 \Delta x} (n Q_j + n Q_{j+1}) \cdots (3)$$

$$n+1/2 Q_{j \pm 1/2} = \frac{1}{1 + (N_{j \pm 1/2})^2 g \frac{\ln V_{j \pm 1/2}}{(n+1/2 R_{j \pm 1/2})^{4/3}} \frac{\Delta t}{2}} \left\{ \frac{n Q_j + n Q_{j+1}}{2} + \frac{\Delta t}{2 \Delta x} \left\{ n \left(P + \frac{Q^2}{A} \right)_{j+1} - n \left(P + \frac{Q^2}{A} \right)_j \right\} + g_{n+1/2} A_{j \pm 1/2} \cdot I_{j \pm 1/2} \frac{\Delta t}{2} \right\} \cdots (4)$$

$$n+1 A_j = n A_j - \frac{\Delta t}{\Delta x} (n+1/2 Q_{j+1/2} - n+1/2 Q_{j-1/2}) + \Delta t \Delta x \cdot n+1 g_j \cdots (5)$$

$$n+1 Q_j = \frac{1}{1 + N_j^2 g \frac{\ln V_j}{(n+1 R_j)^{4/3}} \Delta t} \left\{ n Q_j - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left\{ n+1/2 \left(P + \frac{Q^2}{A} \right)_{j+1/2} - n+1/2 \left(P + \frac{Q^2}{A} \right)_{j-1/2} \right\} + g_{n+1} A_j I_j \Delta t \right\} \cdots (6)$$

3. 問題点とその解決法： 問題点とは、a. 計算流量値が断面ごとに振動する（図-3、破線）
b. 流量増加分が伝播しない時点（定常状態）で計算流量値が変化する（図-4、破線）の2点である。
a については水路の断面、河床勾配、粗度係数、流量等の計算断面における諸量の変化によって生じるもの

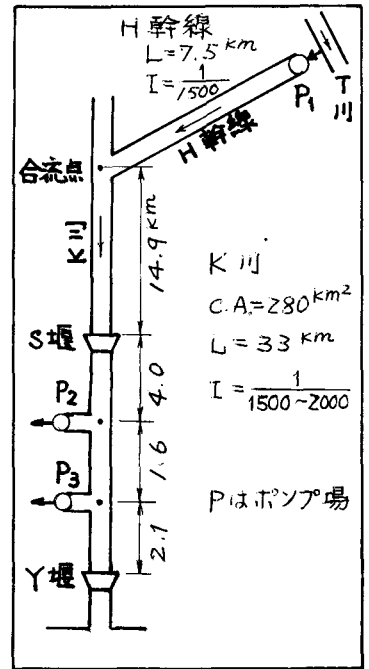


図-1 水系モデル図

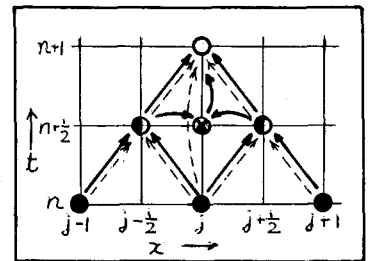


図-2 差分スキーム図

と言われており、人工水路であるH幹線区間では振幅が小さい。bについては初期値の設定（不等流計算）法と不定流の計算（差分）法の違いによとも考えられるが、変化量がaの振幅の小さい区間ほど少ない点を考えると、bもaと同じ原因である要素が大きい。このため、断面諸量の平滑化を行なえば多少の改良は期待できるが、平滑化にも限度があるため、改良法としてc、dの2点を考えた。

c. $t = n$ における値は断面ごとに振動しているが、 $t = n + 1/2$ の値は2断面の平均的な値であるから安定している。これを利用して、(6)式中の $n Q_j$ の代りに $n + 1/2 Q_j$ を用いる。ただし、同値は求められていないので両側の点の平均をとり、(6)式を(7)式のように改める。

$${}_{n+1}Q_j = \frac{1}{1+N_j^2g} \frac{1}{2} \left\{ \frac{n+1/2 Q_{j-1/2} + n+1/2 Q_{j+1/2}}{2} - \frac{\Delta t}{2\Delta x} \left\{ n+1/2 \left(\frac{P}{\rho} + \frac{Q^2}{A} \right)_{j+1/2} - n+1/2 \left(\frac{P}{\rho} + \frac{Q^2}{A} \right)_{j-1/2} \right\} + g \cdot n+1 A_j I_j \Delta t/2 \right\} \quad \text{--- (7)}$$

d. c のようにする事により振幅は大幅に小さくなるので、bの現象も変化量が小さくなる。bの変化は全くなくなるわけではないが、定常時で変化した値はある一定の値に収束し（本来あるべき値とは異なる）、増加流量伝播後の値との差は上流端流入変化量とほぼ等しい。このため定常状態での計算を十分長く行なって、増加前の流量変化が収束したのち増加量が伝播するようにすれば、下流端での流量変化は十分把握できる。以上のようにして求めた値が図-3、4の実線で表わされる。

4. 結果と考察； 以上の計算のうち、K川中流部S堰と下流部Y堰間について流量の時間変化を示したのが図-3である。同図は P_2 、 P_3 における取水量を該地点で取水しないままY堰まで流下させた場合を表わしている。未だ多少の振動が生じているが、本研究による改良により振幅は大幅に小さくなった。

図-4はY堰地点における流量変化図であり、増加前後の本来あるべき流量値と、増加前後の計算収束値との差が改良後の方がかなり小さくなっているのが明らかである。また、増加前後の流量差は $3.0 \text{ m}^3/\text{s}$ であるべきなのに対し、改良前は $3.11 \text{ m}^3/\text{s}$ 、改良後は $3.01 \text{ m}^3/\text{s}$ と誤差がない程度になっている。一方、図-4において 計算流量値の増加開始時刻と終了時刻は改良前後ともほぼ同じであり、増加流量の到達時間を知る上では、振動による影響が殆どないことも明らかとなった。

5. おわりに； 本研究においてはほぼ満足できる結果が得られたが、断面諸量変化の大きい河川に適用した場合、未だかなりの振動が見られる。また初期定常状態の流量変化に対する根本的な解決には至っていない。今後、以上の点について研究を進めたい。本研究を進める上で伊藤剛博士の助言をいただいた。ここに記して謝意を表する。 参考文献； 1)伊藤剛編，数値計算の応用と基礎，アテネ出版

2)土木学会編，土木工学における数値解析／流体解析編，サイエンス社

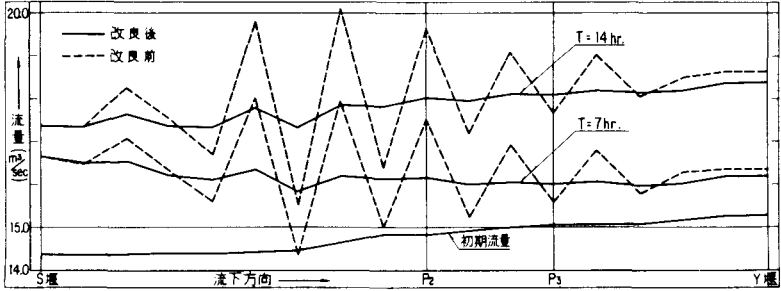


図-3 S堰～Y堰間流量伝播図／図-4 Y堰地点流量変化図

