

京都大学大学院 学生員 水鳥 雅文
 京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗
 京都大学工学部 正 員 井上 和也

1.はじめに：総合的な治水対策システムを考える上で、避難システムの確立は重要な役割を持っている。本報はその基礎的資料となるべき破堤によって生じる堤内地氾濫水の平面的な挙動を、水理学的に解析することを目的としたもので、まず二次元平面流れの水理学的基礎式を、ここでの解析に適した大きさのコントロール・ボリュームについて積分し、これを新しい基礎式として用いた数値解析法を導くとともに、仮想的流域にこれを適用し、その計算結果から、氾濫現象を水理学的に知ろうとするものである。

2.基礎式：流体力学の原理を適用した次式と基礎式とする。

連続式：
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

運動方程式：
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} \right) \quad (4)$$

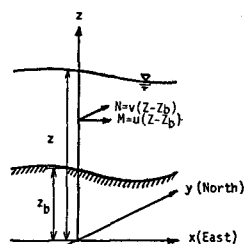


図-1

ただし、水平面内に、東向きにx軸、北向きにy軸をとリ、鉛直上方にz軸をとる。

3.静水圧分布：鉛直方向の加速度は小さいとして静水圧分布を仮定する。すなわち、(4)式で加速度項、慣性項および粘性項を無視し、また、 $F_z = -g$ とすると、次式が得られる。

$$p = \rho g(Z - z)$$

ただし、Zは考えている点の水位である。

4.コントロール・ボリュームについての積分：図-2のようなコントロール・ボリュームを考え、このボリューム内で(1)、(2)および(3)式を積分する。

(1)式：
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |M|_{x_i}^{i+1} + \frac{1}{\Delta y} |N|_{y_j}^{j+1} = 0 \quad (5)$$

(2)式：
$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |uM|_{x_i}^{i+1} + \frac{1}{\Delta y} |vM|_{y_j}^{j+1} = -gh \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{T_{xx}}{\rho} \quad (6)$$

(3)式：
$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{\Delta x} |uN|_{x_i}^{i+1} + \frac{1}{\Delta y} |vN|_{y_j}^{j+1} = -gh \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{T_{yy}}{\rho} \quad (7)$$

ただし、 $h = Z - z_b$ で、Zおよび z_b は考えているコントロール・ボリュームの平均水位と平均地盤高であり、 z_b は時間的に変化しないとする。

5.差分式：数値計算にあたっては、multi-levelのstaggered-schemeによる差分法を用い、図-3に示すように求める諸量を配置し、これに従って、(5)、(6)および(7)式を次式のように差分化する。

(5)式：
$$\frac{h_{i+1/2,j+1/2}^{n+2} - h_{i+1/2,j+1/2}^n}{2\Delta t} + \frac{M_{i+1,j+1/2}^{n+1} - M_{i,j+1/2}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{N_{i+1/2,j+1}^{n+1} - N_{i+1/2,j}^{n+1}}{\Delta y} = 0 \quad (8)$$

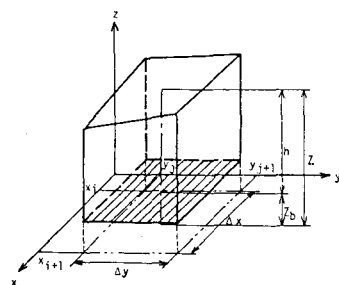


図-2

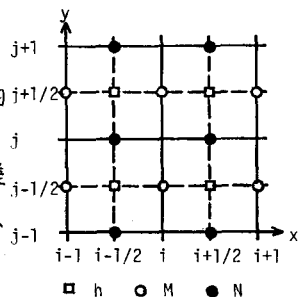


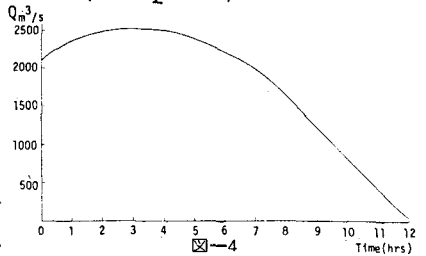
図-3

$$(6) \text{ 式: } \frac{M_{i,j+1/2}^{n+1} - M_{i,j+1/2}^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{1}{h_{i,j+1/2}^{n+1}} \left(\frac{M_{i,j+1/2}^{n+1} + M_{i,j+1/2}^{n+1}}{2} \right)^2 - \frac{1}{h_{i,j+1/2}^{n+1}} \left(\frac{M_{i,j+1/2}^{n+1} + M_{i,j+1/2}^{n+1}}{2} \right)^2 \right) + \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1} + M_{i,j+1/2}^{n+1})(N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1})}{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}} \right. \\ \left. - \frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1} + M_{i,j+1/2}^{n+1})(N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1})}{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}} \right) = -g \frac{(h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1})(Z_{i,j+1/2}^{n+1} - Z_{i,j+1/2}^{n+1})}{2\Delta x} - g(n_{i,j+1/2})^2 \frac{\bar{U}_i \sqrt{(U_{i,j+1/2}^{n+1})^2 + (U_{i,j+1/2}^{n+1})^2}}{\left(\frac{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}}{2} \right)^{2/3}} \quad (9)$$

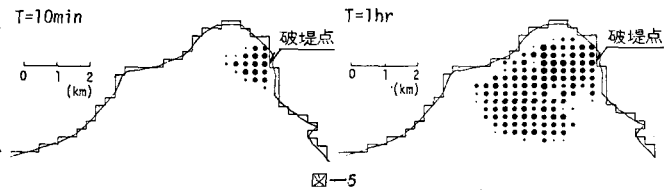
$$(7) \text{ 式: } \frac{N_{i,j+1/2}^{n+1} - N_{i,j+1/2}^{n+1}}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{(h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1})(N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1})}{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}} - \frac{(M_{i,j+1/2}^{n+1} + M_{i,j+1/2}^{n+1})(N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1})}{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}} \right) + \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{(N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1})^2}{2} \right. \\ \left. - \frac{(N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1})^2}{2} \right) = -g \frac{(h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1})(Z_{i,j+1/2}^{n+1} - Z_{i,j+1/2}^{n+1})}{2\Delta x} - g(n_{i,j+1/2})^2 \frac{\bar{U}_i \sqrt{(U_{i,j+1/2}^{n+1})^2 + (U_{i,j+1/2}^{n+1})^2}}{\left(\frac{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}}{2} \right)^{2/3}} \quad (10)$$

ただし、 $\bar{U}_i = \frac{M_{i,j+1/2}^{n+1} + M_{i,j+1/2}^{n+1}}{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}}$ 、 $\bar{U}_i = \frac{N_{i,j+1/2}^{n+1} + N_{i,j+1/2}^{n+1}}{h_{i,j+1/2}^{n+1} + h_{i,j+1/2}^{n+1}}$ である。

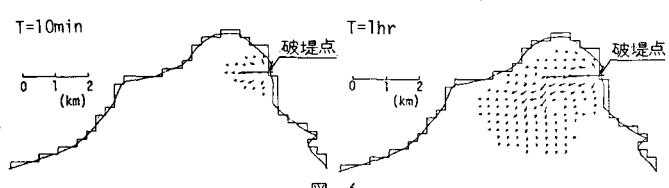
6. 初期条件および境界条件: 初期条件として、堤内地のすべての点において水深および流量フラックスを0とした。境界条件は、つぎのとおりである。(i) 堤防に直角方向の流量フラックスは0とする。(ii) 破堤地点においては、図-4に示すような越流流量ハイドログラフを与え、これより流量フラックスを定める。(iii) 氾濫水



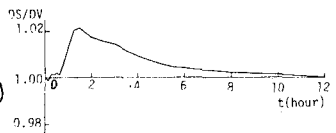
先端部では、水深がある微小な水深より小さければ、この点には浸水が及んでないとして計算を省略する。また、粗度係数は地表の状況に応じて定められようが、ここでは便宜的に、 $n=0.025$ を与えた。



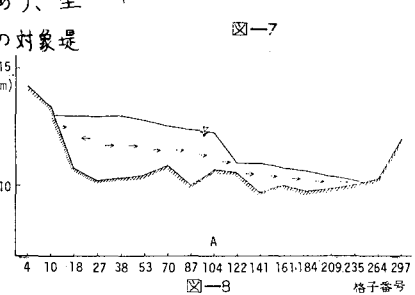
7. 計算結果: 図-5, 6は、仮想的流域に対して実際に計算した結果で、一例として、破堤後10分及び1時間の水深図、流量フラックスベクトル図である。この図から、氾濫水



は、ここで与えられた地形条件に従って順次地盤高の低い方へ浸水しつつ、しだいに湛水が発生していることがわかり、計算結果は極めて妥当なものといえよう。図-7は、計算結果より堤内に貯留された水量(DS)と越流水の流入量(W)の比の時間変化を求めたもので、これより、DS/Wの最大値は約1.02であり、全体として、水量の連続性が満たされている。図-8は、破堤後1時間の対象堤内地域の中央付近の縦断面水位図であり、矢印は流量フラックスの方向を示している。この図より、この時間ではかなりの水面勾配を持っているとともに、局所的な地形の影響を強く受けている。今回の計算では、常・射流の遷移については検討されていないが、部分的に射流が現われていると見なされる箇所も存在する。



8. おわりに: 以上のような結果から、堤内地の氾濫水の平面的挙動は、本報で示したこのモデルによって、十分解析されうると結論されよう。



今後の水理学的な検討課題について述べれば、つぎのような事項が挙げられよう。

- (i) 堤内地(河道)の洪水の挙動と連動させて、氾濫水の後退過程をも含めた解析ができるモデルを開発する。
- (ii) 対象堤内地に点在する道路、鉄道などの盛土や、排水路などの排水施設をも考慮できるモデルにする。

<参考文献> 1) Th. Xanthopoulos and Ch. Koutitas, Journal of Hydraulic Research 14(1976), no 4