

II-25 流出モデル定数の最適化手法

京大防災研究所 正員 ○永井明博・角屋 駿

I. まえがき 流出解析法として、これまで多くのモデルが提案され実用に供されているが、モデル定数の決定法は必ずしも明確ではない。ここでは、数学的手法に基づくモデル定数の最適同定法を数値実験的に検討した結果について述べる。

II. 最適化手法 流出モデル定数の数学的同定法として Powell の共役方向法、DFP 法 (Davidon-Fletcher-Powell の準 Newton 法)、黄金分割法および準線形化法を用いる (表 1)。

各手法とも (1) 式の目的関数を用い、DFP 法では目的関数の勾配を (2) 式で近似する。ここに、 J : 目的関数、 Q_0 : 実測流量、 Q_c : 計算流量、 ΔQ : 流出モデル定数、 M : データ数、 $\Delta \bar{Q}$: 一応区の 1% とする。

III. 規準化 オーダーの異なるモデル定数を直接扱うと、目的関数の応答面が偏平となるため最適値が探索しにくい。この難点を緩和する方法として (3) 式の基準化方式を提案する。すなわち初期値 \bar{Q} に対する比率 $X = \bar{Q}/\bar{Q}_0$ の最適値を探索する方式である。以下では基準化した Powell 法、DFP 法をそれぞれ SP 法、SD 法と呼ぶ。

IV. タンクモデル 図 1 のモデルを真値として 200 日間の日流出高を発生させ、これを実測値とみなす。なお日雨量は京都市大枝の実測値を用いた。同定すべきモデル定数は、流出孔の係数とその高さ (図中 () 内数値)、浸透孔の係数および初期水深 (水面上の値) の計 16 個である。ある初期値から出した結果の一例は図 2 (a) のように、真値にかなり近い定数が探索されている。この場合の収束状況を図 3 に示す。規準化 (St.) により DFP 法では同一計算時間に対する相対誤差は 2 オーダー、Powell 法でも 1 オーダー減少しており、その効果は非常に大きい。図 2 (a) の定数は下段ほど真値からはずれる傾向にある。これは対象期間が 200 日では短いためと考え、400 日に延長して規準化方式による探索を試みると図 2 (b) を得た。3, 4 段の定数がかなり真値に近づいており、期間を長くとると真値に収束するとしてよさそうである。この場合は図 3 に比べて同一反復回数に対する計算時間がほぼ 2 倍となるが、相対誤差の減少傾向はほとんど同一で、SD 法の方が SP 法よりも効率のよい結果となっている。

V. 貯留関数法 基礎式は $\frac{dQ_c}{dt} = (r_e - Q_c) \frac{1}{K P} + Q_L(t)$ (4) (4) 式である。ここに、 Q_c : 適れ時間 t を考慮した直接流出高、 r_e : 有効降雨強度、 K, P, T_L : 同定すべきモデル定数。 K を準線形化、 P, T_L を黄金分割で同定する組み合わせ法 (24 法) では、 P を固定して P ごとに K の最適値を求めた J-P 曲線をいくつか作成して、最適な P, T_L

表 1. 最適化手法と流出モデル

	パラメータ	最適化手法
初期水深	初期水深と流出定数	P D GS QG
貯留関数	K, P, T_L	○ ○ / ○
表面流	N	○ ○ ○ /
モデル	N, \bar{Q}	○ ○ / /

○: 実用可能、X: 問題有、/: 未検討
P: Powell 法、D: DFP 法、GS: 黄金分割法
QG: 準線形化と黄金分割の組み合わせ法

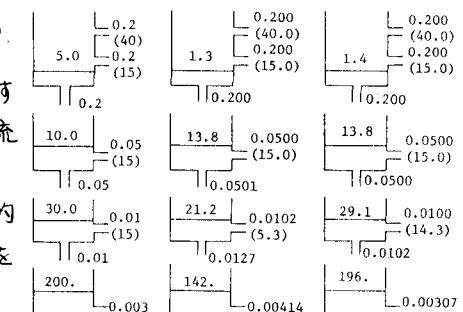


図 1 真値
(mm-day)

(a) $M=200$ 日 (b) $M=+400$ 日

図 2 SD 法による探索結果

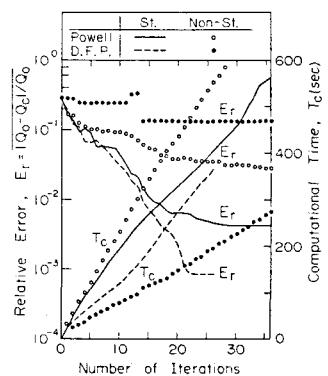


図 3 収束状況 (タンクモデル)

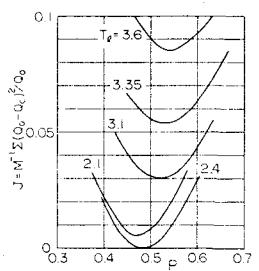


図 4 組み合わせ法

を探索する(図4)。

なおKの同定は(4)式と標準化から得た(5),(6)式を連立して解き、(1)式に(7)式の一般解を代入して $\frac{dy}{dt}(k)=0$ より求まる(8)式の K' (新しいK値)を反復して求める。

実測流出高は表2の貯留曲線から求めた計算値に地下水流

出高 Q_C を加えた値とする。DFP法では初期値が真値から離れる従い収束しにくくなるが、標準化によりその傾向が改善され(表2)、同時に効率もSP法、Powell法と同程度に良くなる(図5)。また組み合わせ法では計算時間が多くかかるようである。この中ではSP法、Powell法が最も強力と思われるが、収束時のモデル定数の上位4ケタは、いずれも真値と一致しており、各手法とも十分実用に使える。

VI. 表面流モデル 同定は(9)式の斜面流定数 $R = Rg^p$, $R = (N/E_0)^p$ (9)

N, p について行う。ここに、 R : 木深, g : 斜面勾配

位相流量, N : 等価粗度, E_0 : 斜面流の抵抗則に応じる定数, E_0 : 斜面勾配。図6の流域モデルを想定し、 $N=2, p=0.6$ の計算値に地下水流出量を加えた値を実測流量とする(図7)。

1) N の同定: 初期値を $N=10$ とした場合の収束状況を図8に示す。各手法とも上位5ケタまで真値に一致しているが、DFP法あるいは黄金分割法の効率がすぐれている。

2) N と p の同定: 初期値を $N=10, p=0.8$ とした場合の収束状況を図9に示す。Powell法の方がDFP法よりも若干効率がよい。この場合は標準化の効果はあまり顕著ではない。これは真値が同一オーダーであるにもかかわらず、初期値がオーダ的に異なるため標準化によって応答面形状があまり改善されなかつたためと推察している。いずれにせよ各手法から推定されたモデル定数の上位3ケタは真値と一致しており、各手法とも実用性は十分であろう。

VII. あとがき 今後、各モデルに適応した最適化手法の明確化、必要データ長など基本問題を解決し、モデル間の相互関係も明確にしたい。

なお計算機は京大化学研究所 FACOM 230-48 を用いている。

表2 貯留曲線の同定

単位: min-hr

初期値	真値		Powell		DFP		QG	
	K	P	Tc	Non-St.	St.	Non-St.	St.	
72 0.72 3.6	48	0.48	2.4	○	○	○	○	○
96 0.96 4.8	"	"	"	○	○	×	×	○
50 0.5 1.5	20	0.6	1.0	○	○	○	○	○
" 0.8 0.5	"	"	"	○	○	○	○	○
" 0.3 2.0	"	"	"	○	○	×	○	○
100 0.8 2.0	"	"	"	○	○	×	○	○

○: 収束, ×: 未収束, St: 標準化, Non-St: 標準化なし

$$\frac{dy}{dt} = G(y_1 - Q), \quad y_1(0) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = G y_2 + (T_c - Q) Q / P, \quad y_2(0) = 0 \quad (6)$$

$$G = Q^{-P} \{ (I-P)(T_c-Q) - Q \} / I \cdot P$$

$$Q_C = y_1 + y_2 / K' + Q_g \quad (7)$$

$$1/K' = \sum Q_0^{-1} y_2 (Q_0 - y_1 - Q_g) / \sum Q_0^{-1} y_2^2 \quad (8)$$

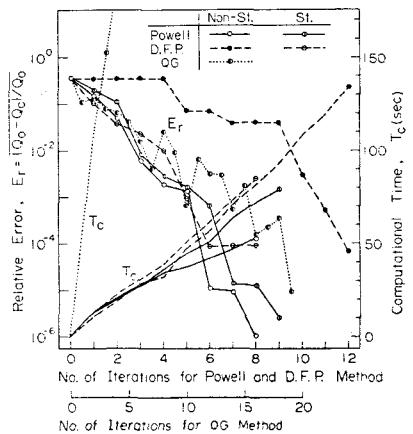


図5 収束状況(初期値: $K=72, P=0.72, T_c=3.6$)

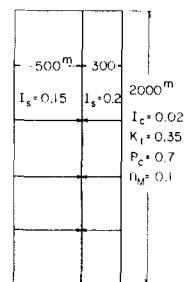


図6 流域モデル

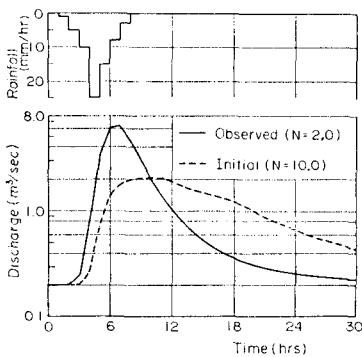


図7 実測ハイドログラフ

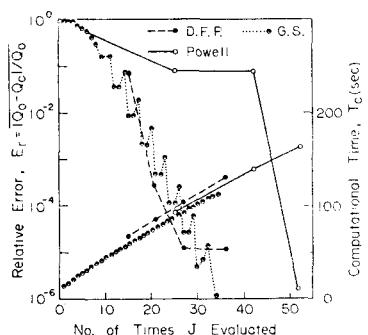


図8 収束状況(N の同定)

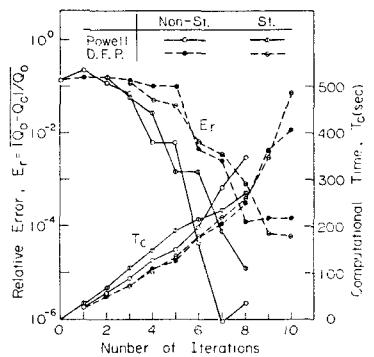


図9 収束状況(N, P の同定)