

東京工業大学 正会員 長谷部 正 考
東京工業大学 正会員 日 野 幹 雄

1 はじめに

降雨-流出系の非線型は、流出サブシステム(特に表面流出系)の非線型に起因するよりは降雨分離則の非線型にあり、分離された成分(短期流出、長期流出)の各々の系列は線型で扱える(日野,長谷部¹⁾;吉川²⁾)と考えられる。本報告では、このような立場から確率理論の特性関数法³⁾と雑音理論を用いて日単位の降雨強度(ガウス雑音)の自己相関々数から、非線型分離則による分離後の降雨の自己相関々数、スペクトルを求め、さらにシステム関数により、浸透降雨を流出量に変換して、分離後の各流出成分のスペクトル(本研究では地下水流出)を求め報告する。

2 理 論

(1) $F_b(t)$ の積分表示

今、降雨強度 $R(t)$ を、平均値 R_0 、雑音 $R_N(t)$ の和と考えられる。即ち、 $R(t) = R_0 + R_N(t)$ でガウス雑音とする。日単位の降雨強度 $R(t)$ 、ヒエ中に浸透する日降雨量 $F_b(t)$ との関係は、図-1 および式(1)のように考えらる。($\nu = \frac{1}{2} \sim \frac{1}{5}$ までを変化させる。)

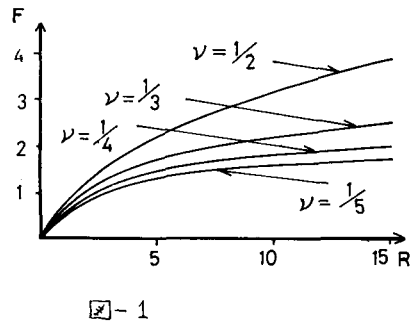
$$\left. \begin{aligned} F_b(t) &= \alpha \cdot R(t)^\nu & R(t) \geq 0 \\ F_b(t) &= 0 & R(t) < 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

(1) 式を unilateral Laplace 変換すると

$$f(iu) = \alpha \int_0^\infty R(t)^\nu e^{-i u R} dR = \frac{\alpha \cdot \Gamma(\nu+1)}{(i u)^\nu + 1} \quad (2)$$

(2) 式の逆変換により、浸透する降雨量 $F_b(t)$ の積分表示は(3)式で求まる。

$$F_b(R(t)) = \frac{1}{2\pi} \int_{C_+} f(iu) e^{i u R} du \quad (3)$$



ニニに、積分路 C_+ は、実軸を $-\infty$ から $+\infty$ に向い、途中原点を下側に一周回するものである。

(2) 自己相関々数、及びスペクトル

$F_b(t)$ の自己相関々数 $\psi(\tau)$ は、(4)式で示される。

$$\begin{aligned} \psi(\tau) &= \overline{F_b(t) \cdot F_b(t+\tau)} \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \left[\int_{C_+} f(iu) du \int_{C_+} f(iv) dv \right] \times \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \exp[iuR(t) + ivR(t+\tau)] dt \quad (4) \end{aligned}$$

(4) 式の $\exp$ の項が、特性関数である。降雨強度 $R_N(t)$ がガウス分布の不規則変動であり、平均値 R_0 であると特性関数は、 $g_F(u, v, \tau)$ で表わると(5)式になる。

$$g_F(u, v, \tau) = \exp \left[i R_0 (u+v) - \frac{\sigma^2}{2} (u^2 + v^2) - i \varphi_c u v \right] \quad (5)$$

ニニに、 $\varphi(\tau)$ は、 $R(t)$ の自己相関々数である。

$$\varphi_c = \overline{R_N(t) \cdot R_N(t+\tau)} \quad (6)$$

結局 $\psi(\tau)$ は、(6)式となる。

$$\psi(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot \varphi_c^k \cdot h_k^k \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{に、} \quad h_k &= \frac{(i)^{k-\nu-1}}{2\pi} \Gamma(\nu+1) \int_0^c u^{k-\nu-1} J_0(Q) e^{-(\frac{Q_0}{2})u^2} du \\ &= \frac{(\frac{Q_0}{2})^{(\nu-1)/2}}{2 \Gamma(\frac{2-k+\nu}{2})} {}_1F_1\left(\frac{k-\nu}{2}, 1, -x\right) \quad (8) \end{aligned}$$

$$x = R_0^2/2 \psi_0, \quad J_0(Q) = J_0(R_0 \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv})$$

${}_1F_1\left(\frac{k-\nu}{2}, 1, -x\right)$ は、超幾何関数。

(6) 式より、 $\psi(\tau)$ が求まるので浸透降雨のスペクトル $S_{x_2 x_2}(f)$ は、(6) 式をフーリエ変換して求まる。534 年の神流川の自己相関(図-2)を用いて、 $\psi(\tau)$ 、 $S_{x_2 x_2}(f)$ を図-3、図-4 に示す。

(3) 流出量スペクトル $S_{y_2 y_2}(f)$

浸透した降雨量のスペクトル $S_{x_2 x_2}(f)$ は、地下流出系(システム関数 $H_2(f)$) を通って出カスペクトル $S_{y_2 y_2}(f)$ となる。

$$S_{y_2 y_2}(f) = |H_2(f)|^2 \cdot S_{x_2 x_2}(f) \quad (9)$$

y_2 の過程が 2 次の AR 過程であれば、(2 次以上で Numerically に求まるがここでは省略する。) AR 係数と変換により 2 次の定数微分形になる。

$$m \frac{d^2 y_2}{dt^2} + k \frac{dy_2}{dt} + c y_2 = \delta(t) \quad (10)$$

$\delta(t)$ は、 δ -関数である。(10) 式のシステム関数は、

$$H_2(\omega) = \frac{1}{m(i\omega)^2 + k(i\omega) + c} \quad (11)$$

又 $S_{x_2 x_2}(f)$ は、 $\psi(\tau)$ が指数関数で近似できると ($\psi(\tau) = A e^{-a\tau}$)

$$S_{x_2 x_2}(f) = 2 \int_0^\infty \psi(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau = \frac{2 \cdot A \cdot a}{a^2 + 4\pi^2 f^2} \quad (12)$$

(9), (11), (12) 式から $S_{y_2 y_2}(f)$ は、(13) 式になる。

$$S_{y_2 y_2}(f) = \frac{2 \cdot A \cdot a}{\{(c - m(2\pi f)^2)^2 + k^2(2\pi f)^2\} \{a^2 + 4\pi^2 f^2\}} \beta \quad (13)$$

== で、534 年神流川の地下水流出システムの 2 次の AR 係数より、 m, c, k を求め、また $\alpha = 1, \beta = 1$ にした時の $S_{y_2 y_2}(f)$ を理論的に求めて $\nu = \frac{1}{2} \sim \frac{1}{5}$ までのスペクトルを図-5 に示す。AR が 3 次以上の場合には、上の式(10)以下の計算を数値的に行えば良い。以上、雑音理論により分離則の非線型性による地下水流出成分のスペクトルと自己相関を検討した。今後は、同様に表面流出成分についてスペクトルを求めて、それらの合成した流出スペクトルと実測の流出スペクトルにより、降雨の分離則を検討する。

参考文献

- (1) 日野 長太郎, 流量時系列のみによる降雨時系列, 流域の流出特性および流出分離の推定について, 第 23 回水確論文集 1979.2
- (2) 吉川, 砂田, 桂ニソニ, 洪水流量逓減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究, 論文報告集 第 2833 号 1979.3
- (3) 日野, パイルに似る汲力のスペクトルの理論, 第 15 回 海岸工学講演会講演集

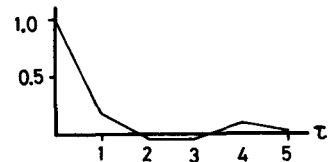


図-2

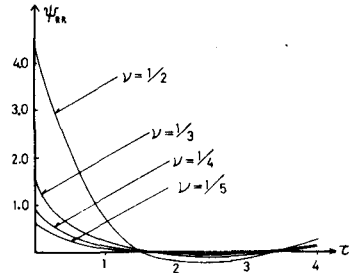


図-3

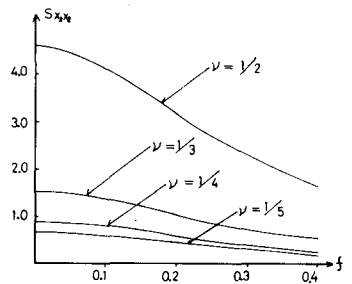


図-4

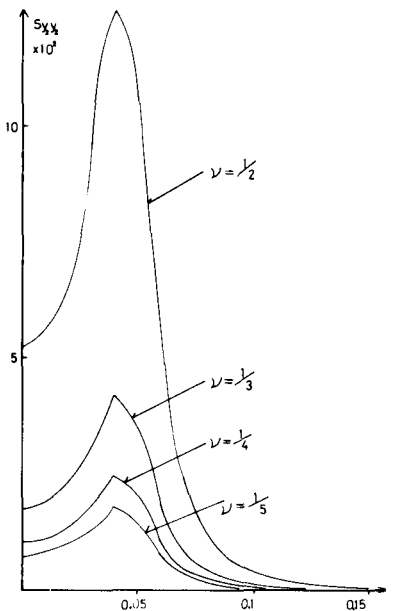


図-5