

京都大学工学部 正員 ○ 古川浩平
京都大学工学部 正員 山田善一

1. まえがき

構造物の安全性・信頼性の評価を行なうのに際して、確率統計論的基盤より判断を行う必要性が指摘されはじめて久しい。しかし現行の耐震解析は、応答ベクトルを入力とし、モード解析を用いた確率を陽に含まない確定論手法による。これに対しより確率論的な考え方として、パワースペクトル密度を入力とし、不規則振動解析および動的信頼性解析等系の破壊確率を求める確率論手法が考えられる。この両手法においては、外力モデル、解析手法、計算時の許容値などが異なり、得られる結果が大きく異なる可能性がある。このような差異は設計の連続性という点も問題であり、キャリブレーションの必要性が痛感される。そこで本研究においては、考える設計平面内において、制約条件を表示して比較することにより、両手法間の整合性やキャリブレーションについて考察を加える。

2. 確定論手法による動的応答解析

外力モデルとして図-1に示す本図の平均応答ベクトル曲線を用いる。最大変位 $x_{\max}$ を求めるには各自モードの自乗和平方根法を用いて

$$x_{\max} = \sqrt{\sum_i (\bar{T}_i \phi_i \xi_i^{\max})^2} \quad \text{ただし} \quad \xi_i^{\max} = \xi_i \cdot \ddot{z}_{\max} / \omega_i^2 \quad (1)$$

である。ここに、 $\bar{T}_i$: i 次の利数係数、 ϕ_i : i 次のモード、 ω_i : i 次の固有円振動数、 ξ_i : i 次の応答倍率、 $\ddot{z}_{\max}$: 入力の最大加速度、である。最大応力 $Q_{\max}$ も同様に、

$$Q_{\max} = \sqrt{\sum_i (\bar{T}_i \Phi_i^s \xi_i^{\max})^2} \quad \text{ただし} \quad \Phi_i^s = K \Phi_i \quad (2)$$

ここに、 K : 剛性マトリックス、である。

3. 確率論手法による動的応答解析

外力モデルとして図-2に示すフィルタードホワイトノイズを用いる。応答 $x(t)$ の変位分散 σ_x^2 、速度分散 $\sigma_{\dot{x}}^2$ はパワースペクトル密度関数 $S_F(\omega)$ とすると、

$$\sigma_x^2 = \sum_i \phi_i^2 \bar{T}_i^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad (3)$$

$$\sigma_{\dot{x}}^2 = \sum_i \phi_i^2 \bar{T}_i^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad (4)$$

となる。ここに $H_i(\omega)$ は i 次の周波数応答関数である。応力の変位分散 σ_Q^2 、速度分散 $\sigma_{\dot{Q}}^2$ も同様に、

$$\sigma_Q^2 = \sum_i \Phi_i^2 \bar{T}_i^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad (5)$$

$$\sigma_{\dot{Q}}^2 = \sum_i \Phi_i^2 \bar{T}_i^2 \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |H_i(\omega)|^2 S_F(\omega) d\omega \quad (6)$$

構造物の応答を定常確率ガウス過程と仮定し、 r で表現すると、その

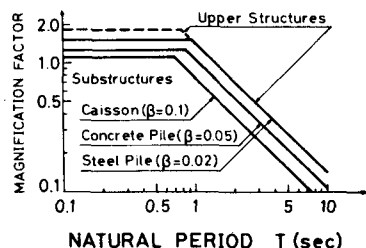


図-1 平均応答ベクトル

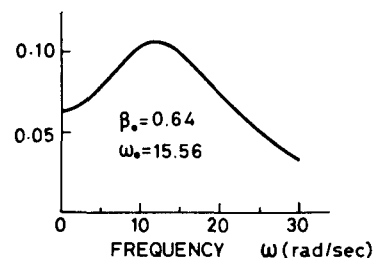


図-2 パワースペクトル密度関数

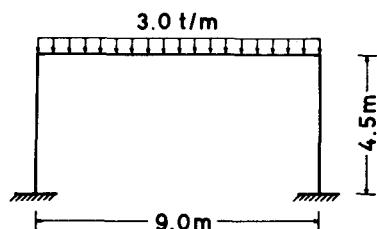


図-3 数値計算例に用いたモデル

r があるレベル入と交差する回数の期待値 $1/\lambda$ は

$$1/\lambda = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma_r}{\sigma_f} \exp\left(-\frac{\lambda^2}{2\sigma_r^2}\right) \quad (7)$$

λ は十分な大きな値と考え、ポアソン分布になると考えると、破壊確率 $P_f(\lambda, -\lambda)$ は、

$$P_f(\lambda, -\lambda) = 1 - \exp(-1/\lambda \cdot T) \quad (8)$$

となる。ここに、 T ：地震動の定常部分の継続時間、である。

4. 数値計算例

図-3に示す対称な1層1スパンラーメンを対象にして両手法で解析を行ない、制約条件を求めた。その結果を図-4～図-7に示す。これらの図はいずれも、縦軸は柱の断面2次モーメント、横軸は梁の断面2次モーメントである。確率論手法を用いた動的応答解析を行なう場合、式(7)の λ と式(8)の P_f の2つの未知数がある。これらの λ と P_f については、現行の示方書などにも規定はなく、試行錯誤により、2決まる以外に方法はないと考えられる。式(7)と式(8)より、 λ を与えればそれに対応する P_f が、 P_f を与えればそれに対応する λ が決まるため、 λ と P_f とは一对のものとして考える必要がある。

図-4と図-5に確定論・確率論手法による求めた変位に関する制約条件を示す。制約の形状は全く同じであり、その整合性は非常に高いことがわかる。図-5は破壊確率 P_f を 10^{-3} に固定して、 λ を変化させた場合である。この図-4、5より確率論手法での変位限界値 λ_d (式(7)の λ) と確定論手法での許容変位 λ_u との比 λ_d/λ_u を3.3程度にすれば破壊確率 $P_f=10^{-3}$ の制約と確定論手法での制約が同じ応答になることがわかる。図には示していないが、 λ_d/λ_u を3.9程度にすれば $P_f=10^{-5}$ の応答と確定論手法での応答がほぼ同じになる。図-6、図-7に応力に関する計算結果を示す。確率論手法における応力の許容限界値入と、鋼材の降伏応力 σ_y を用いている。この両図の制約は形状も位置も異なり、この図だけからは整合性があまいとは言えない。確率論手法での σ_y と確定論手法での許容応力 σ_a との比 σ_y/σ_a は1.6～1.8程度で変位の場合に比べて非常に小さい。このためにこのような結果になるものと推定できる。例えば、確定論手法での $\sigma_a=17000 \text{ t/m}^2$ 、 19000 t/m^2 の制約と確率論手法での $\sigma_y=46000 \text{ t/m}^2$ の制約はほとんど同じである。この比 $\sigma_y/\sigma_a=2.56$ である。 σ_y/σ_a が大きくなれば両手法ともほとんど同じ応答を示すだろうと推察できる。なお本計算例のモデルは比較的剛な構造物であるが、他の構造物に対しても本手法を適用し、変位に関しては $\lambda_d/\lambda_u=2.5 \sim 3.3$ 程度、応力に関しては $\sigma_y/\sigma_a=1.6 \sim 2.6$ 程度にすれば、確定論手法と確率論手法の $P_f=10^{-3}$ の応答がほとんど同じであることがわかった。

5. あとがき

動的問題において、確定論・確率論手法で定式化を行ない、両手法間の整合性、キャリブレーションについて考察を行なった。その結果、両手法間の整合性は高く、確率論手法での変位限界値や応力の許容限界値をうまく決めれば、確定論・確率論手法ともほとんど同じ応答を得られることがわかった。

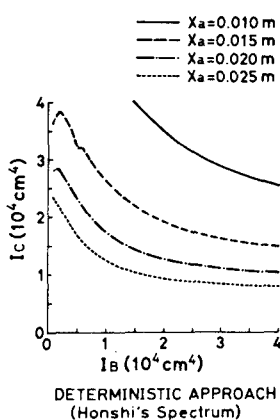


図-4 確定論手法による変位制約

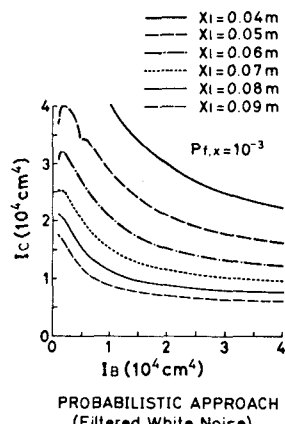


図-5 確率論手法による変位制約

図-4と図-5に確定論・確率論手法による求めた変位に関する制約条件を示す。制約の形状は全く同じであり、その整合性は非常に高いことがわかる。図-5は破壊確率 P_f を 10^{-3} に固定して、 λ を変化させた場合である。この図-4、5より確率論手法での変位限界値 λ_d (式(7)の λ) と確定論手法での許容変位 λ_u との比 λ_d/λ_u を3.3程度にすれば破壊確率 $P_f=10^{-3}$ の制約と確定論手法での制約が同じ応答になることがわかる。図には示していないが、 λ_d/λ_u を3.9程度にすれば $P_f=10^{-5}$ の応答と確定論手法での応答がほぼ同じになる。図-6、図-7に応力に関する計算結果を示す。確率論手法における応力の許容限界値入と、鋼材の降伏応力 σ_y を用いている。この両図の制約は形状も位置も異なり、この図だけからは整合性があまいとは言えない。確率論手法での σ_y と確定論手法での許容応力 σ_a との比 σ_y/σ_a は1.6～1.8程度で変位の場合に比べて非常に小さい。このためにこのような結果になるものと推定できる。例えば、確定論手法での $\sigma_a=17000 \text{ t/m}^2$ 、 19000 t/m^2 の制約と確率論手法での $\sigma_y=46000 \text{ t/m}^2$ の制約はほとんど同じである。この比 $\sigma_y/\sigma_a=2.56$ である。 σ_y/σ_a が大きくなれば両手法ともほとんど同じ応答を示すだろうと推察できる。なお本計算例のモデルは比較的剛な構造物であるが、他の構造物に対しても本手法を適用し、変位に関しては $\lambda_d/\lambda_u=2.5 \sim 3.3$ 程度、応力に関しては $\sigma_y/\sigma_a=1.6 \sim 2.6$ 程度にすれば、確定論手法と確率論手法の $P_f=10^{-3}$ の応答がほとんど同じであることがわかった。

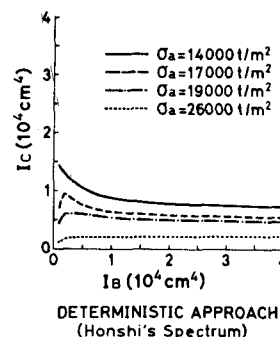


図-6 確定論手法による応力制約

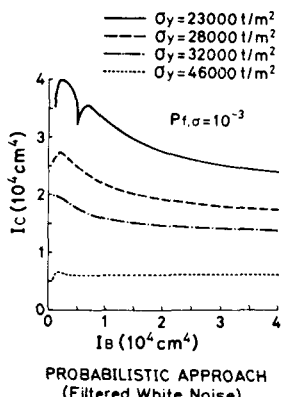


図-7 確率論手法による応力制約