I－310　信頼性理論の構造設計への適用法についての一提案

三重県庁土木部　正員　安田佳哉
東京大学工学部　正員　西野文雄
名古屋工業大学　正員　長谷川彰夫

1．はじめに　構造物の限界状態R及び供用年間に構造物に働く最大荷重作用Sについては、種々の不確定要因によるばらつきが存在する。このばらつきを考慮して、構造物の安全性を確率論の立場から保証しようとするのが、信頼性理論の立場である。信頼性理論のもっとも基本的な思想は、構造物の破壊確率P_fを一定水準に保つことにより安全性の評価を行なうというものである。しかし、破壊確率P_fそのものを安全性の指標として現実の構造設計を行なうには、次の困難がある。(a)構造設計において適切とされる破壊確率P_fは一般に10^{-4}～10^{-6}とされているが、その算定に必要となるR及びSの確率分布の裾野部のデータ量が乏しい。(b)破壊確率P_fそのものを用いて設計を行なうと、設計式が繁雑となることが予想され、実用上、簡潔性が期待される構造設計の手法としては好ましくない。これらの問題を解決するために、信頼性理論を構造設計にもっとも合理的な形で適用するための方法論が必要となる。そのための近似理論が、多くの研究者によって提唱されているが、現在の主流は、Cornellらが提案した2次モーメント法である。ここでは2次モーメント法にかわる一つの方法を提案し、2次モーメント法と比較する。

2．特性値法　構造物の限界状態R及び構造物に働く荷重作用Sのそれぞれに対して、確率論的な特性値を定めて、その特性値によって構造物の安全性を保証する方法を考える。RとSに対して、構造物の破壊及び非破壊は次式のように表わされる。

$R \geq S$　；　非破壊　(1)　　　$R < S$　；　破壊　(2)

現実の構造物においては、R及びSがそれぞれ一つの確率変量として取り扱えることは少なく、一般にはそれぞれいくつかの確率変量の複合したものとなる。1つの例として、均一材料でできた構造要素を考えると、Rは材料強度や断面寸法精度などの積として表わされる。またSは、死荷重作用や活荷重作用など、いくつかの荷重作用の和として表わされる。すなわち

$R = R_1 \times R_2 \times \cdots \times R_m$　(3)　　　$S = S_1 + S_2 + \cdots + S_n$　(4)

R_i, S_jに対して、特性値R_i^*, S_j^*をそれぞれ次式によって定義する。（図1）

$P_r(R_i < R_i^*) = 10^{-k_{Ri}}$　(5)　　　$P_r(S_j > S_j^*) = 10^{-k_{Sj}}$　(6)

ここにおいて、$P_r(\ )$は括弧内の事象の生起確率、k_{Ri}, k_{Sj}は正の実数値をとるパラメータである。この特性値を用いて、$R^* \geq S^*$の形で設計式を提案する。すなわち、式(2), (3)の例では

$R_1^* \times R_2^* \times \cdots\cdots \times R_m^* \geq S_1^* + S_2^* + \cdots\cdots + S_n^*$　(7)

が満たされるように、構造物の設計を行なう。

以上の提案による特性値法においては、破壊確率P_fそのものを直接に制御することはせずに、構造物の安全性に関係する限界状態と荷重作用の要素を、限界状態の項は限界状態に関する情報だけで、荷重作用の項は荷重作用に関する情報だけでそれぞれ独立に取り扱うので、設計式が式(7)の簡単な形に定式化できる。破壊確率P_fの代わりに用いる安全性の指標は、k値（k_{Ri},

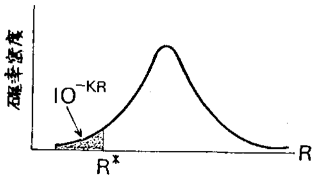

図1(a)　耐荷力Rの特性値R^*

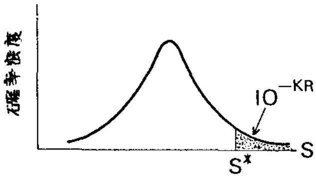

図1(b)　荷重Sの特性値S^*

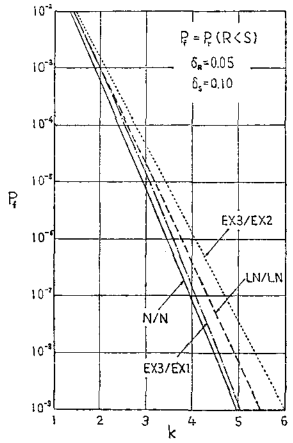

図2　k値とP_fとの対応

ksj）である。破壊確率そのものを、直接評価することはしないという点で、破壊確率P_fの代わりに、安全性指標βを用いる2次モーメント法も、特性値法と同じ性格を有している。しかし、破壊確率P_fそのものを、直接評価することはしないとしても、安全性の指標としてそれぞれ用いるk値あるいはβ値と破壊確率P_fとの対応がよくなければ、信頼性理論による合理的な設計法とはなりがたい。そこで、k及びβの値と破壊確率P_fとの対応を、基本的な場合に対して、数値計算を行なって調べる。

3. 数値計算　基本的な例として、限界状態Rが一つの確率変量として取り扱え、荷重作用Sが単一の場合に対して、k値及びβ値と破壊確率P_fとの対応を調べる。特性値法でのk_R、k_S値の選び方は、もっとも単純な、

$$k_R = k_S \ (= k) \qquad (8)$$

を採用し、$R^* = S^*$の場合の破壊確率P_fを求める。βの定義式は次式とする。

$$\beta = (\gamma_0 - 1)/\sqrt{\gamma_0^2\delta_R^2 + \delta_S^2} \qquad (9)$$

ここで、γ_0は中央安全率、δ_R、δ_SはそれぞれR及びSの変動係数である。R及びSの分布としては、代表的な場合として、$\delta_R = 0.05$、$\delta_S = 0.10$の場合に対して、R及びSが共に正規分布の場合（N/N）、R及びSが共に対数正規分布の場合（LN/LN）、Rがワイブル分布でSがグンベル分布の場合（EX3/EX1）Rがワイブル分布でSがフレシェ分布の場合（EX3/EX2）の4つの組み合わせを選び、これらのそれぞれに対して、RとSが独立であると仮定して、破壊確率P_fを計算した結果を図2、図3に示す。図からわかるように、一定のk値あるいはβ値に対する、R及びSの分布形の組み合わせの差による破壊確率P_fのばらつきは、2で述べた特性値の方がはるかに小さい。

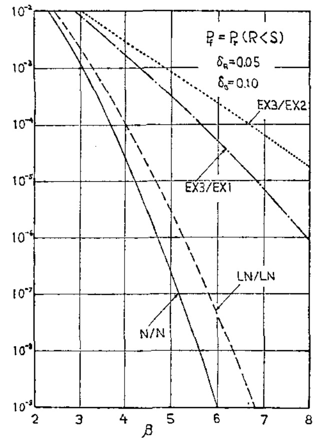

図3　β値とP_fとの対応

4. k値から特性値を決める際の考察　k値及びβ値と破壊確率P_fとの対応を調べる他に、k値及びβ値を用いて設計を行なう場合の誤差について検討する必要がある。βを用いる場合は、限界状態R及び荷重作用Sの平均値と分散が必要なだけで、これらはデータから比較的精度良く推定できる。一方、特性値法の場合は、特性値R^*及びS^*をk値から現在のデータで精度よく推定することは、困難である。2次モーメント法と同じ精度で破壊確率を制御するに必要なk値の許容範囲を図2、3から求めた結果を図4に示す。縦軸に保証すべき破壊確率をとり、斜線部分がその破壊確率についてβに対抗できる特性値の許容範囲である。図4からわかるように、例えば$P_f \leq 10^{-4}$を保証する場合は、$P_r(R<R^*)$、$P_r(S>S^*)$が$1/700 \sim 1/10^5$の幅でR^*、S^*を推定できれば2次モーメント法と同じ精度を持つことになる。また、R及びSの実際の分布関数は、人為的に裾野部を切り取ったようなもの（図5）が多い。風荷重や地震荷重などは自然な分布形と考えられるが、材料強度や活荷重などは規格などによって人為的なものとなっている。この人為的な分布を持つものについては、k値によらず特性値は切り取り位置付近に集まっていると考えられて、この場合は切り取り位置を特性値と決めればよい。人為的な裾野部を持つ分布の場合、比較的中央値付近を代表する平均値と分散は、構造物の安全性についてあまり意味を持たないと考えられる。この場合にβを用いて設計することは必ずしも合理的な設計とはならない。

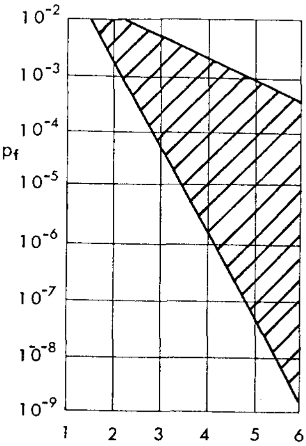

図4　kの許容範囲

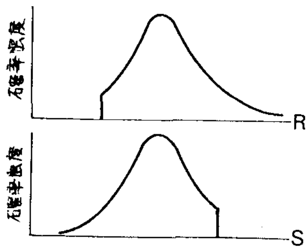

図5　人為的な分布