

鳥取大学工学部 正会員 ○ 白 木 渡
 日建設計 (K.K.) 正会員 藤 原 剛
 鳥取大学工学部 正会員 高 岡 宜 善

1. まえがき 不規則な初期不整(初期たわみ, 荷重の初期偏心, 残留応力)を有するH形断面圧縮部材の信頼性解析を行った。一般的な傾向を追求するために, 仮定としてH形断面をウェブを無視した理想断面と考えた。解析は, 強軸および弱軸のいずれの場合についても行い, 各場合の部材強度を構成する不規則要因として上記3つの初期不整のパラメータに加えて降伏点応力および細長比をも考慮し, これら5つのパラメータおよび作用荷重が正規確率変数である場合の破壊確率を求めた。そして部材強度を構成する各不規則要因および作用荷重の不規則性がH形断面圧縮部材の強軸および弱軸の各場合における破壊確率におよぼす影響を明らかにした。

2. 初期不整を有する圧縮部材の座屈強度 図-1に示すような両端ヒンジの圧縮部材に中心軸圧縮力 N が作用する場合を考える。部材は, 図-2(a)に示すようなH形断面のウェブを無視した理想断面を有する等方性の完全弾塑性材料で作られ, 図-1で示されるような初期たわみ $y_0(x) = y_{0m} \sin(\pi x/l)$ および図-2(b)で示されるような残留応力を有しているものとする。部材のたわみ曲線は正弦半波形状であり, 残留応力は材軸方向には一様に分布するものとする。また座屈は曲げ座屈のみを考え, 曲げモーメントおよび軸方向力のつり合いは, 中央断面のみで満足すると仮定する。そうすると, この場合の圧縮部材の平均座屈強度 σ_c は, 不可避の小さな初期たわみ y_{0m} が部材に存在する場合について考慮すれば, 強軸および弱軸まわりの座屈に対して, それぞれ式(1)および式(2)で与えられる¹⁾。

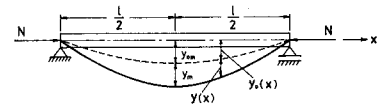
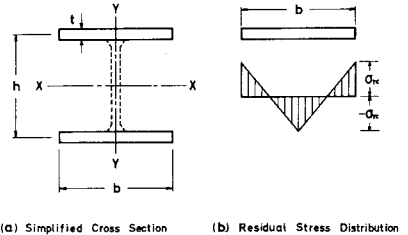


図-1



(a) Simplified Cross Section (b) Residual Stress Distribution

図-2

$$|\lambda| = \left(\frac{\sigma_E - \sigma_c}{\sigma_E \sigma_c} \right) \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_E - 2\sigma_E} \sigma_{rc} + \sigma_g - \sigma_c \right) \quad (1), \quad |\lambda| = 3 \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_E}} \right) \left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_c} + \frac{\sigma_g}{\sigma_c} - 1 \right) - 2 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_c} + 2 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_E} \quad (2)$$

ここに, y_0 は相対偏心量とよばれる無次元量で $y_0 = y_{0m}/l$ (l : 枝距離)で定義される。 $|\lambda|$ は y_0 の絶対値を表わす。また, σ_g は降伏点応力, σ_{rc} は最外縁の圧縮残留応力で $\sigma_{rc} = \psi \sigma_g$ (ψ : 残留応力の大きさを表わす係数)とする。 σ_E はオイラーの限界応力で $\sigma_E = \pi^2 E / \lambda^2$ で表わされる。 E は弾性係数, λ は細長比である。

3. 不規則な初期たわみおよび荷重の初期偏心量 理想的な中心載荷が現実には存在しないと考えられるので, 相対偏心量 y_0 のバラツキに影響をおよぼす量として初期たわみの他に軸圧縮力の初期偏心量も考慮する。軸圧縮力の初期偏心量 e_0 は, $e_0 = y_0 l$ (y_0 : 初期偏心の不規則性を表わす無次元量)で与えられるものとする。初期たわみの大きさは, 通常最大初期たわみ y_{0m} と部材長さ l の比で与えられるが, ここでは最大初期たわみのかわりにA.P. Рженицын²⁾が提案しているように部材の不規則曲率の値を定め, この不規則曲率が部材長さではなく横断面寸法に依存すると考える。すなわち, $y_{0m} = y_0 l^2 / l$ (y_0 : 初期たわみの不規則性を表わす無次元量)と考える。さて上述したような不規則な初期たわみおよび軸圧縮力の初期偏心を同時に考慮する場合は, 式(1)および(2)における相対偏心量 $y_0 (= y_{0m}/l)$ に変えて, 新たに部材の相対偏心量として $y_0 = (e_0 + y_{0m})/l = y_0 + y_0 l/l$ を用いる。

4. 圧縮部材の破壊確率 初期たわみの不規則性を表わす無次元量 y_0 , 軸圧縮力の初期偏心の不規則性を表わす無次元量 ψ , 降伏点応力 σ_g および細長比 λ をそれぞれ正規確率変数であるものとする。強軸および弱軸まわりの部材の強度 σ_c の確率密度関数 $f_{\sigma_c}(\sigma_c)$ は, 式(1)および(2)の関係から確率変数の分布法則および多変数の場合の条

伴付き確率密度関数を用いて次式のように求められる。

$$f_{\sigma_c}(\sigma_c) = \int_0^{\sqrt{\pi}E} \int_{g(\sigma_c, \lambda)}^{\infty} \frac{z}{\sqrt{2\pi}D_{\lambda}} \exp\left(-\frac{z^2}{2D_{\lambda}}\right) \left| \frac{dz}{d\sigma_c} \right| \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_{\sigma_y}} \exp\left(-\frac{(\sigma_y - \bar{\sigma}_y)^2}{2D_{\sigma_y}}\right) \frac{1}{\sqrt{2\pi}D_{\lambda}} \exp\left(-\frac{(\lambda - \bar{\lambda})^2}{2D_{\lambda}}\right) d\sigma_y d\lambda \quad (3)$$

ただし、強軸まわりの場合：

$$g(\sigma_c, \lambda) = \frac{\sigma_c(\lambda^2 \sigma_c - 2\pi^2 E)}{\lambda^2 \sigma_c(1 + \psi) - 2\pi^2 E}, \quad \lambda = \left(\frac{\pi^2 E - \lambda^2 \sigma_c}{\pi^2 E \sigma_c} \right) \left(\frac{\lambda^2 \sigma_c - \psi \sigma_y}{\lambda^2 \sigma_c - 2\pi^2 E} + \sigma_y - \sigma_c \right) \quad (4)$$

弱軸まわりの場合：

$$g(\sigma_c, \lambda) = \frac{3\sigma_c}{\psi + 3 - 2\psi \sqrt{\frac{\sigma_c \lambda^2}{\pi^2 E}} \left(1 + \sqrt{\frac{\sigma_c \lambda^2}{\pi^2 E}} \right)}, \quad \lambda = \left(1 - \sqrt{\frac{\sigma_c \lambda^2}{\pi^2 E}} \right) \left((\psi + 3) \frac{\sigma_y}{\sigma_c} - 3 - 2\psi \frac{\sigma_y}{\sigma_c} \sqrt{\frac{\lambda \sigma_c}{\pi^2 E}} \left(1 + \sqrt{\frac{\lambda \sigma_c}{\pi^2 E}} \right) \right) \quad (5)$$

上式(3)において、 $\bar{\sigma}_y$ および $\bar{\lambda}$ は、それぞれ σ_y および λ の期待値、 D_{σ_y} 、 D_{λ} および D_{λ^2} は、それぞれ σ_y 、 λ および λ^2 の分散である。 λ の期待値は、 λ_1 および λ_2 の期待値がゼロであると考えられるのでゼロである。 λ の分散 D_{λ^2} は、 $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ (λ の値)の関係から、 $D_{\lambda^2} = D_{\lambda_1} + 5\lambda_1^2 D_{\lambda_2}$ ($\lambda_1 = 1/\lambda$; 引張性)で表わされる。

さて、軸圧縮応力 $\sigma_f (= N/A)$ が正規確率変数で、この σ_f と部材強度 σ_c が統計的に独立であるとする、求める部材の破壊確率 Q は次式のようになる。

$$Q = 1 - \int_0^{\infty} f_{\sigma_c}(\sigma_c) \left\{ \Phi\left(\frac{\sigma_c - \bar{\sigma}_f}{\sqrt{D_{\sigma_f}}}\right) + \Phi\left(\frac{\bar{\sigma}_f}{\sqrt{D_{\sigma_f}}}\right) \right\} d\sigma_c \quad (6)$$

ここに、 $\bar{\sigma}_f$ 、 D_{σ_f} は、それぞれ σ_f の期待値および分散である。また、 $\Phi(u)$ は、 $\Phi(u) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_0^u \exp(-t^2/2) dt$ である。

5. 数値計算例 数値計算は、断面 $100 \times 100 \times 8 \times 6 \text{ mm}$ のH形鋼のウェブを無視した理想断面を有する圧縮部材について行った。その一例を図-3および図-4に示す。図-3および図-4は、それぞれ軸圧縮力の初期偏心の不規則性を表わすパラメーター λ の分散 D_{λ} および部材の初期たわみの不規則性を表わすパラメーター ψ の分散 D_{ψ} の種々の値に対して、公称安全率 $V (= \sigma_{nom}/\sigma_f)$ ；ただし $\sigma_{nom} = \min(\bar{\sigma}_y, \pi^2 E/\lambda^2)$ を $V = 3.0$ とした場合の部材の破壊確率 Q と細長比の期待値 $\bar{\lambda}$ との関係を示したものである。実線が強軸まわりの場合($\xi_x = 1.09$)、破線が弱軸まわりの場合($\xi_y = 1.73$)である。いずれの場合も残留応力の大きさを表わすパラメーター $\psi = 0.3$ 、降伏点応力の期待値 $\bar{\sigma}_y = 2800 \text{ kg/cm}^2$ 、降伏点応力の変動係数 $V_{\sigma_y} (= \sqrt{D_{\sigma_y}}/\bar{\sigma}_y) = 0.1$ 、細長比の変動係数 $V_{\lambda} (= \sqrt{D_{\lambda}}/\bar{\lambda}) = 0.1$ とした。二つの図から明らかなように、 D_{λ} が0.0から0.01あるいは0.1へ増加することによって破壊確率 Q はかなり増加するが、 Q の増加の傾向は、 $\bar{\lambda}$ が限界細長比 $\lambda_{lim} (= \pi \sqrt{E/\sigma_y}) \approx 86$ 以下の小さな値のときに顕著である。しかし、 D_{ψ} が0.0から 25×10^{-12} あるいは 10^{-10} へ増加するときの Q の増加の傾向は、 D_{λ} の場合とは逆に $\bar{\lambda}$ が限界細長比以上の大きな値のときに顕著である。上述したような傾向は、強軸および弱軸のいずれの場合についても言えることであるが、 D_{λ} の増加に対する Q の増加の割合は、強軸まわりの場合の方が弱軸まわりの場合よりも大きく、 D_{ψ} の増加に対する Q の増加の割合は、弱軸まわりの場合の方が強軸まわりの場合よりも大きい。また二つの図からわかるように、 $\bar{\lambda}$ が限界細長比付近で Q がもっとも大きくなっている。これは、 $\bar{\lambda}$ が限界細長比付近の値では、部材強度 σ_c のバラツキならびに公称強度からの強度低下が大きくなるからだと考えられる。

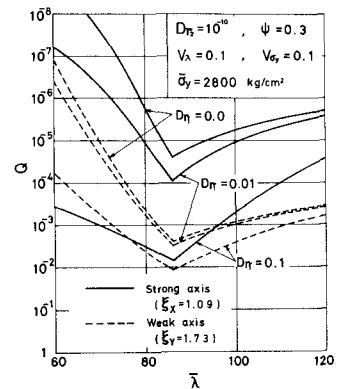


図 - 3

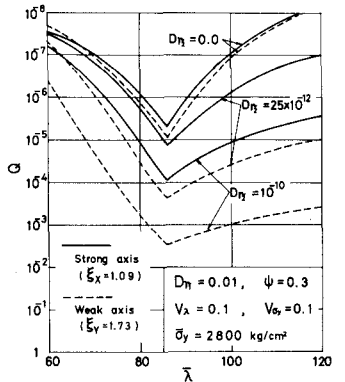


図 - 4

- 若林・石田・辻：材の屈服強度に及ぼす λ の因子（偏心），JSSC, Vol. 3, No. 16, pp. 33-43, 1967-4.
- A. P. Ржаницын：Статистический метод определения допускаемых напряжений при продольном изгибе, Научное сообщение, выпуск 3, Государственное издательство строительной литературы, Москва, 1951.