

1. まえがき

土木構造物の信頼性解析において、信頼度や破壊確率の計算に必要な部材の応力や部材の強度のばらつきの分布が正確に得られない問題点がある。部材応力や部材強度に関係する不確定要因の中で荷重強度や材料の強度の分布は実験や実測によって求めることができるが、製作・施工誤差の一部や境界条件の見積り、モデルと実際の差違などは技術者の主観的判断に頼らざるを得ない。分布の不明な要因の取り扱いに関する研究は多々あるが、データによる統計的推定も施している研究は少ない。本研究は分布の不明な要因の未知母数を過去に建設されている多くの同種の構造物が各要因の作用を受けながら破壊されない、又破壊が生じても極めて小数であるという実績により推定し、これらの要因が構造物の安全性に及ぼす影響も数量的に把握することを考察した。

2. 推定方法

部材応力や部材強度に関係する不確定要因を $X = \{X_1, \dots, X_n\}$ とする。過去に建設されている構造物はこの母集団より抽出された標本であると考えられる。一般的な統計的推定はこの標本の測定値 $x_1, \dots, x_n$ より未知母数を推定するわけであるが、実際の構造物について各々の要因の測定は困難である。 n は構造物数。しかし各要因の総合的作用の結果である破壊、非破壊の区別は比較的容易に観察することができ、そこで本研究は次のような統計量を用いる。 $P(j \rightarrow i; \theta)$: j 本の部材が破壊した構造物が i 個生じる確率、 θ は未知母数。 $P(j \rightarrow i; \theta)$ は X を $\{X^{(1)}, X^{(2)}, X^{(3)}\}$ に分ければ (1) 式のように得られる。 $X^{(1)}$ は変動が構造物群全体に共通している要因、 $X^{(2)}$ は構造物毎に変動する要因、 $X^{(3)}$ は部材毎に変動する要因。全構造物の部材数を等しく m とする。

$$P(j \rightarrow i; \theta) = \int n C_i \left[\int_m C_j p^j(X^{(2)}, X^{(3)}) \{1 - P(X^{(1)}, X^{(2)})\}^m f(X^{(2)} | X^{(1)}) dX^{(2)} \right]^i \left[\int \{1 - P(X^{(2)}, X^{(3)})\}^m f(X^{(2)} | X^{(1)}) dX^{(2)} \right]^{m-i} f(X^{(1)}; \theta) dX^{(1)} \quad (1)$$

$$= \int p(X^{(2)}, X^{(3)}) = \int \dots \int f(X^{(3)} | X^{(2)}, X^{(1)}) dX^{(3)} \quad (2)$$

$GR_{ij}(X), GS_{ij}(X)$ は不確定要因 X と構造物 i の部材 j の強度、応力との関係を示し、すべて等しいとする。

推定形式は区間推定を考える。ネイマン・ピアソン法では次のような仮説・検定問題に置くことができる。

仮説 $H_0: \theta \in \theta_0$, 対立仮説 $\theta \in \theta_1$, 棄却領域 U' , 採択領域 $U = \Omega_U - U'$

破壊の階数も実績とする場合 $U' = 0 \rightarrow \pi$, 1本の部材が破壊した構造物が2個生じるまで実績に含めると、

$$P(U'; \theta) = P(0 \rightarrow \pi; \theta) + P(1 \rightarrow 1; \theta) + P(1 \rightarrow 2; \theta) \dots (3)$$

が1種過誤 α , が2種過誤 β は次式で示される。

$$\alpha = \max_{\theta \in \theta_0} P(U \in U'; \theta), \beta = \max_{\theta \in \theta_1} P(U \in U'; \theta) \quad (4)$$

$$\text{こゝに, } \theta'_0 = (\theta' | P(U \in U'; \theta') \leq \alpha), \theta'_1 = (\theta' | P(U \in U'; \theta') > \alpha) \quad (5)$$

信頼度をどの程度にするかは推定された母数により将来設計される

構造物群全体の建設費と破壊による損失量のバランスを考えて決定されるのが妥当である

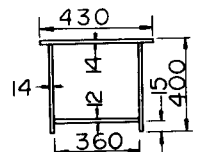
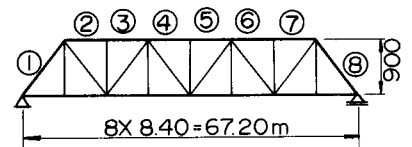
。 X を2次のような $Cost_m$ を最少にする α_m とする。 p_a は許容破壊確率である。

$$cost_m(\alpha, p_a) = cost_{i,m}(\alpha, p_a) - \alpha \cdot cost_{j,m}(\alpha, p_a) \quad (6)$$

$$= \text{こゝに, } cost_{i,m}(\alpha, p_a) = \max_{\theta \in \theta'_0} \{cost_{i,m}(\alpha, p_a)\} \quad (7)$$

$$cost_{j,m}(\alpha, p_a) = \max_{\theta \in \theta'_1} \{cost_{j,m}(\alpha, p_a)\}$$

(7) 式は建設費、損失量の最大を示し、最大値の最小化といわゆるミニマックス原理の考え方による。



3. 設計パラメータ決定への応用

荷重係数設計法の設計パラメータ γ_g の決定への適用について述べる。

設計法における確率モデルは次式の設計規準に集約される。

$$\phi_m R^* = \gamma_g \sum \gamma_s S_s^* \quad \text{----- (8)}$$

ここに、 ϕ_m : 強度係数で部材の耐力の変動を表現する。

γ_s : 荷重係数で部材に作用する荷重強度の変動を示す。

γ_g : 解析誤差などを考慮するための係数。

R^* , S_s^* : 公称の部材の耐力または荷重強度。

γ を不明な不確定要因を γ_g で考慮していると考え、次のような Ang

モデルと対応させ、 N_1 , N_2 の未知母数 θ_{N_1} , θ_{N_2} を推定する。

$$X^{(2)} = \{N_1, S\}', \quad X^{(1)} = \{N_2, R\}' \quad \text{----- (9)}$$

$$GS_{N_1} = N_1 \cdot S, \quad GR_{N_2} = N_2 \cdot R \quad \text{----- (10)}$$

$$f_X(X; \theta) = f_{N_1}(N_1; \theta_{N_1}) \cdot f_S(S; \theta_S) \cdot f_{N_2}(N_2; \theta_{N_2}) \cdot f_R(R; \theta_R) \quad \text{----- (11)}$$

$$\theta' = \{\theta_{N_1}, \theta_{N_2}\} \quad \text{----- (12)}$$

以上のモデルにより 2. の手法を用いて θ' を推定し、この母数より平均 N_1 , N_2 , 分散 V_{N_1} , V_{N_2} を求め、次式より各々の荷重係数を求める。 β は安全性指標。

$$\phi_m = (1 - \alpha \beta^2 / V_R) / (1 - \beta^2 / V_R) \quad \text{----- (13)}$$

$$\gamma_s = (1 + \alpha \beta^2 / V_S) / (1 + \beta^2 / V_S) \quad \text{----- (14)}$$

$$\gamma_g = \bar{N}_1 (1 + \alpha \beta^2 / V_{N_1}) / (1 - \alpha \beta^2 / V_{N_1}) \quad \text{----- (15)}$$

以上の各係数より (7) 式の建設費が算定できパラメータが決定できる。

4. 数値計算結果と考察

数値計算例は Fig. 1 に示すようなトラス橋の上弦材の死荷重と活荷重のみ考慮した場合の γ_g の決定についてで、断面決定は Fig. 2 に示すような標準断面を比例的増減させて求める。また未知母数は $\bar{N}_2$ の値を考え、 $\bar{N}_1 = 1.0$, $V_{N_2} = V_{N_1} = 0.1$ とし、 R , S に関する平均、分散は文献 2) のデータを使用した。

Fig. 3 は Cost_m と α の関係を示し、図中の n_p は過去に建設されている構造物数であり、 n_f は将来決定されたパラメータを使用して設計されるべき構造物数である。結果より ② は ① より n_p が大きいので Cost_m も小さく、 α_m も大きい。③ は ① より n_f が大きいので α_m を小さく取る必要があることを示し、④ は U_1 の範囲が大きくなっているので Cost_m も α_m も大きくなっている。Fig. 5, 6 は n_p , n_f の変化による最適な $\gamma_{g,m}$, α_m , 最小 Cost_m を示している。 $n_p = 100 \sim 1000$ で $\gamma_{g,m}$ は 0.94 ~ 0.98 の間、 n_f が大きくなっても変化がない。この値は現実よりもかなり小さい値を示している。今回は数値計算の 1 例を示したが、ベイジックの方法も含めて詳しくは当日発表したい。

参考文献

- 1) Ang, A.H.-S, and Cornell, C.A., "Reliability Bases of Structural Safety Design", No. ST-9, 1974, ASCE
- 2) 金井, "鋼橋の強度係数および荷重係数に関する信頼性解析" 土木研究所資料 NO. 1225 号
- 3) Lind, N.C., "Consistent Partial Safety Factors" ST 6, 1971, ASCE

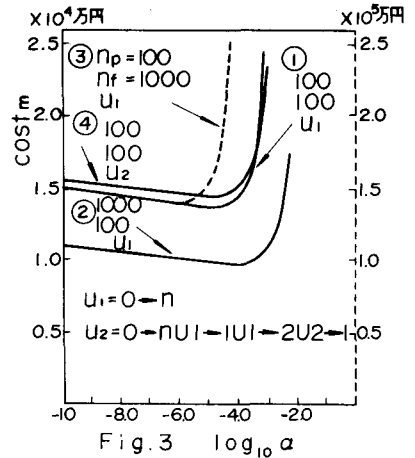


Fig. 3 $\log_{10} \alpha$

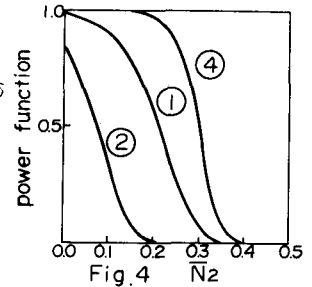


Fig. 4 $\bar{N}_2$

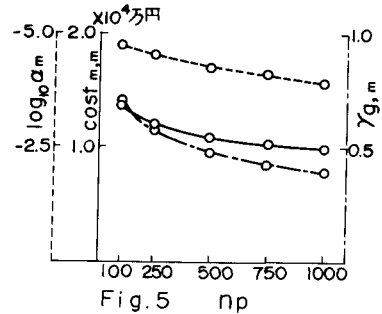


Fig. 5 n_p

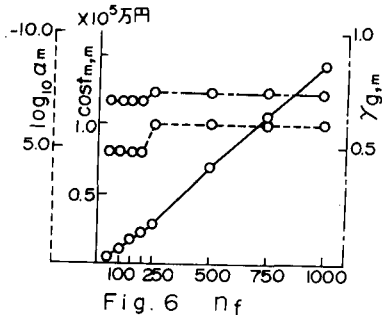


Fig. 6 n_f