

京都大学工学部 正員 古 田 均

京都大学工学部 正員 白 石 成 人

建 設 省 正員 中 野 正 則

1. まえがき

土木構造物の設計においては、種々の不確定要因の影響を考慮することが必要である。このためには、確率論的取り扱いをすることが必要であり、現在まで、破壊確率、安全性指標などを用いた信頼性設計法が多く発表されている。この中でも、安全性指標を用いた方法は、定式化が簡明であり、計算が容易であるという利点を有し、また、荷重係数設計法との対応が容易につくことから、実際設計に適用するには非常に秀れたものであると思われる。しかし、従来の方法は、荷重係数を求める過程において数学的近似を用いているため、物理的根拠に乏しいところがある。さらに、用いる近似によっては、解析と設計との対応が明確につかない場合も存在する。

本研究では、従来用いられている三角形近似の問題点を例題を用いて明らかにし、新たに破壊点というものを定義し、それを用いた設計法を提案する。さらに簡単な例題に本手法を適用することにより、解析と設計で一对一の対応がつく解が得られることを示す。また、同時に Ang の方法¹⁾あるいは Shah の方法²⁾と比較することにより、本方法の妥当性および適用性について検討を加える。

2. 三角形近似法の問題点

いま、Performance function として $Z = R - S$ (R : 抵抗, S : 荷重, R と S は独立) を考えると、安全性指標 β は

$$\beta = (\mu_R - \mu_S) / \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad \dots\dots\dots (1) \quad \mu_R, \mu_S: \text{平均} \quad \sigma_R, \sigma_S: \text{標準偏差}$$

ここで、議論を簡単にするために、設計を“荷重の平均および荷重、抵抗の変動係数が与えられたとき、 $Z = 0$ とする抵抗の平均値を求める”と規定し、必要な安全性は安全性指標の許容値 β_d で与えられると考える。

いま、式 (1) を次式のように変形し、荷重係数設計法 (式 (3)) と対応させる。

$$\mu_R \geq \mu_S + \beta_d \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\phi R^* \geq r S^* \quad \dots\dots\dots (3) \quad (\phi: \text{抵抗係数}, r: \text{荷重係数}, \text{添字 } *: \text{公称値を示す})$$

この時、式 (2) は平方根を含むため、直接の対応はつかず、線形化する必要がある。三角形近似³⁾を用いることにより、式 (2) は次式のように変形でき、抵抗係数、荷重係数が得られる。

$$\mu_R \geq \mu_S + \beta_d \alpha_{RS} (\sigma_R + \sigma_S) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi = (1 - \alpha_{RS} \beta_d \delta_R) \frac{\mu_R}{R^*} \quad \dots\dots\dots (5) \quad r = (1 + \alpha_{RS} \beta_d \delta_S) \frac{\mu_S}{S^*} \quad \dots\dots\dots (6) \quad \alpha_{RS}: \text{線形化係数}$$

ここで簡単な例題を用いることにより、三角形近似法の妥当性について検討しよう。いま、便宜上、 $R^* = \mu_R$, $S^* = \mu_S$ とし、設計条件として、安全性のレベルを $\beta_d = 3.090$ とし、統計データ $\delta_R = 0.10$, $\mu_S = 1400 \text{ kg}$, $\delta_S = 0.20$ が得られたとする。このとき、 $\alpha_{RS} = 0.75$ とすると、式 (5) (6) より、 $\phi = 0.768$, $r = 1.464$ となり、必要な抵抗 μ_R は 2667 kg となる。ところが、この μ_R および先ほどの設計条件を用い、式 (1) より安全性指標 β を求めると、 $\beta = 3.281$ となり、三角形近似法による設計はかなり安全側の値を与えていることがわかる。一方、前の設計条件で $\delta_R = 0.05$ とすると、 $\mu_R = 2318 \text{ kg}$ となり、 $\beta = 0.3090$ に対応する μ_R が 2397 kg であることを考えると、危険側の値が求められている。このように三角形近似法を用いると、安全側、危険側両方の設計が行なわれ、設計に対して与えられた安全性のレベルと設計値による安全性のレベルが一致しないことになる。

3. 破壊点の定義およびそれを用いた設計法

Hasofer, Lind⁴⁾の定義を用いると、安全性指標 β は Fig 1 に示すように、標準化空間での原点から破壊線までの最短距離として表わすことができる。ここで最短距離を与える点 A を破壊点と定義する。このとき、破壊点の座標 (r_0 ,

s_0)は標準化された抵抗 r , 荷重 s を用い, 安全性のレベル β_d に対してつぎのように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} r_0 \\ s_0 \end{Bmatrix} = \frac{\beta_d}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \begin{Bmatrix} -\sigma_R \\ \sigma_S \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ここで (r_0, s_0) を元の (R, S) の座標にもどし, ϕ, r を求めると

$$\phi = 1 + r_0 \delta_R = 1 - \frac{\beta_d \sigma_R}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \delta_R \dots\dots\dots (8)$$

$$r = 1 + s_0 \delta_R = 1 + \frac{\beta_d \sigma_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \delta_S \dots\dots\dots (9)$$

設計の過程では, 仮定した μ_R から求めた設計値に対して安全性を評価し, 新たな μ_R に変更するという設計と解析との繰り返し操作が含まれることになる。
以下にその手順を示す。

- Step 1 : μ_R を仮定する。
- Step 2 : 仮定した μ_R に対し, $\sigma_R = \mu_R \delta_R$ を求め (r_0, s_0) を求める。
- Step 3 : (r_0, s_0) を用い, 新たな μ_R を求める。
- Step 4 : 以後, 収束するまで, Step 1 ~ Step 3 の手順を繰り返す。

本手法を前の例題 ($\delta_R = 0.10$) に適用した結果を Table 1 に示す。初期値として, $\mu_R = 2000 \%$ を仮定すると, 4 回の繰り返しで収束し, $\mu_R = 2575.5 \%$ の解が得られる。逆に β を計算すると, $\beta = 3.090$ となり, 所定の安全性レベルに一致した解が得られていることがわかる。

4. 死荷重と活荷重が作用する場合の数値計算例

死荷重 D と活荷重 L を考えると, 荷重 S は, $S = D + L$ と表わされる。
このとき, 死荷重, 活荷重に対して標準化した変数, d_0, l_0 を用いると, 破壊点の座標 $(r_0, d_0, l_0)^T$ を表わすベクトル β_0 は次式のように表わされる。

$$\vec{\beta}_0 = \begin{Bmatrix} r_0 \\ d_0 \\ l_0 \end{Bmatrix} = \frac{\beta_d}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_D^2 + \sigma_L^2}} \begin{Bmatrix} -\sigma_R \\ \sigma_D \\ \sigma_L \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (10)$$

上式を用い, 信頼性のレベルとして, $P_S = (1 - P_f, P_f: \text{破壊確率}) = 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, 0.99999$ を考え, $\beta_d = \Phi^{-1}(1 - P_f)$ を用いて, $\beta_d = 1.282, 2.326, 3.090, 3.720, 4.266$ とし, $\mu_R, r_1^* = r_1/\phi, r_2^* = r_2/\phi$ を求めた結果を Fig 2 ~ Fig 4 に示す。(ただし, $\mu_D = 60 \text{ lb/ft}^2, \mu_L = 80 \text{ lb/ft}^2, \delta_L = 0.0833, \delta_L = 0.25$) 同時に Ang, Shah の方法による結果も示す。(詳細は当日発表)

5. あとがき

信頼性設計法における三角形近似法の問題点を明らかとし, それに代わるものとして破壊点に注目した設計手法を提案した。本手法によると, 簡単な繰り返し計算で荷重係数, 抵抗係数が求まり, 解析と設計とが一对一の対応がとれることが判明した。

参考文献 1) A. Ang : Lecture Note, Apr. 1976 2) H. Shah : Study No. 3, Solid Mech. Div. Univ. Waterloo
3) N. Lind : Proc. ASCE, ST6, June, 1971 4) A. Hasofer & N. Lind : Proc. ASCE, EM1, Feb., 1974

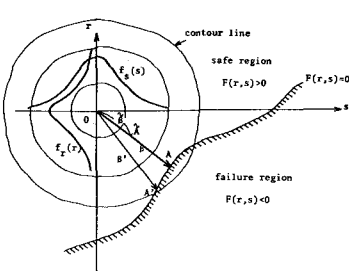


Fig 1 安全性指標の定義

Repetition Number	μ_R	r_0	s_0
1	2000	-1.796	2.514
2	2564.5	-2.087	2.279
3	2575.7	-2.092	2.274
4	2575.5	-2.092	2.274

Table 1 破壊点を用いた方法による計算結果

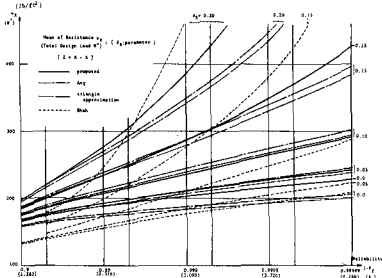


Fig 2 μ_R の計算結果

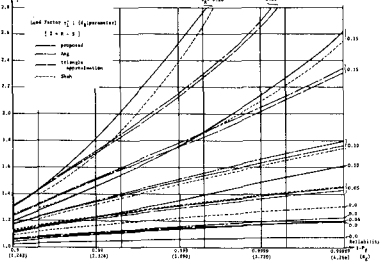


Fig 3 r_1 の計算結果

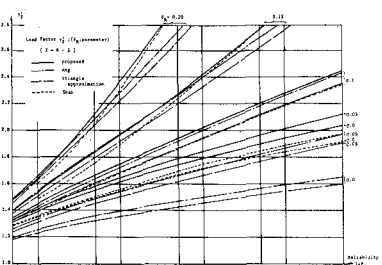


Fig 4 r_2 の計算結果