

京都大学大学院 学生員 ○野田 茂

京都大学工学部 正員 山田 善一

1. まえがき 強震時の構造物の安全性を検討する上で地震危険度を推定して設計への基礎的資料を与えることは重要な課題である。この認識の下で、本研究は構造物の耐震安全性に関する一つの予測手法の定式化を提案し、高架橋モデルで数値計算と考察を試みている。その結果、本算定手法の妥当性を確認し、かなりの変動を有する地震動モデルの設定に対する留意と確率統計的アプローチの必要性を指摘した。具体的には破壊のパターン化で応答の超過確率を地震動パラメータの従属変数で表現し、その影響に対する列車走行時の危険度を追求するために、不規則振動論と準静的信頼性理論の応用で破壊の推定を検討する。

2. 地震動と応答スペクトルの統計的性質 構造物の応答を確率統計的見地から論ずるには地震動の確率モデルを設定しなければならない。本研究では定量的な尺度である地震のパワースペクトル密度と応答スペクトル、マグニチュード(M)と震央距離(Δ)の分布の影響因子を扱う。

(1) 基盤面での白色雑音的な外力のスペクトル密度 S_g のばらつきは Esteve と Rosenbluth による最大加速度の式 $(\ddot{a}_g)_{\max} = b_1 e^{b_2 M - b_3 \Delta}$ と第1種漸近分布で表わされる最大値の推定式を等置することで算出される。Mが第3極値分布 $f_M(m) = \frac{k}{\omega - u} \frac{(\omega - m)^{k-1}}{\exp\left[-\left(\frac{\omega - m}{\omega - u}\right)^k\right]} \left\{ H(m - M_{\min}) - H(m - M_{\max}) \right\} / \left\{ \exp\left[-\left(\frac{\omega - M_{\max}}{\omega - u}\right)^k\right] - \exp\left[-\left(\frac{\omega - M_{\min}}{\omega - u}\right)^k\right] \right\}$ ①に支配される

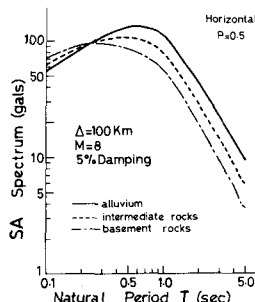


Fig.1 Response Spectrum

$$f_{S_g}(S_g) = \frac{k}{\{2b_2(\omega - u)\}^k A_g} \left\{ 2b_2 \omega \ln \left(\frac{b_4}{b_1 \Delta} \right)^{\frac{2b_3}{k}} \exp \left[- \left\{ \frac{\omega - \frac{1}{2b_2} \ln \left(\frac{b_4}{b_1 \Delta} \right)^{\frac{2b_3}{k}}}{\omega - u} \right\}^k \right] \right\} \left\{ H(S_g - S_e) - H(S_g - S_u) \right\} \quad \text{--- ②}$$

但し、 $b_4 = G_s^2 (\sqrt{2 \ln(T_d T_d)} + 0.5772 / \sqrt{2 \ln(T_d T_d)})$ 。また T_d, S_e, S_u は表層地盤における地動の擬周期、継続時間と単位の基盤パワーに対する加速度応答の分散を意味する。なお T_d は $\left[T_d = \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} C_0 e^{C_1 M} \Delta^2 f_M(m) dm \right]$ を用いた。 S_e と S_u は S_g の最小値と最大値である。(2) 次に、加速度応答スペクトル SA は M と Δ による確率的な形で表示するために、経験式③(after Tripanco et al.)¹⁾を適用する。Fig.1はその一例である。

$$\log_{10}[SA(T)_P] = M + \log_{10} A_0(\Delta) - a(T)P - b(T)M - c(T) - d(T)S - e(T)V - f(T)M^2 - g(T)\Delta \quad \text{--- ③}$$

Mの分布を用いた不確定量の線形2次近似法により、 S_A の統計量は固有周期Tの関数形として、

$$\bar{S}_A(T) \approx S_A|_M + \frac{1}{2} \sigma_M^2 \frac{d^2 S_A}{dM^2} \bigg|_M, \quad \sigma_{S_A}^2(T) \approx \sigma_M^2 \left(\frac{dS_A}{dM} \bigg|_M \right)^2 - \frac{1}{4} \sigma_M^4 \left(\frac{d^2 S_A}{dM^2} \bigg|_M \right)^2 + E[M - \bar{M}]^3 \frac{d^3 S_A}{dM^3} \bigg|_M + \frac{1}{4} E[M - \bar{M}]^4 \left(\frac{d^4 S_A}{dM^4} \bigg|_M \right)^2 \quad \text{--- ④}$$

で決まる。また S_A の分布は文献1)を参考にすると、 $M_{\min} = -b(T)/2f(T)$, $M_{\max} = (1-b(T))/2f(T)$ により、

$$f_{S_A}(S_A/T) = \int_{M_{\min}}^{M_{\max}} \frac{N(T)}{a(T) S_A \ln 10} \exp[d(T)P(S_A) + \beta(T) - e^{d(T)R(S_A) + \beta(T)}] \left[1 - \exp \left\{ -e^{d(T)R(S_A) + \beta(T)} \right\} \right]^{N(T)-1} f_M(m) dm \quad \text{--- ⑤}$$

ここで、 $P(S_A) = \frac{1}{a(T)} \left\{ m + \log_{10} A_0(\Delta) - b(T)m - c(T) - d(T)S - e(T)V - f(T)m^2 - g(T)\Delta - \frac{\ln S_A}{2f(T)} \right\}$

3. 構造物の危険度評価に対する推定式 次に、構造物に注目すると、運動方程式はFEM表示で接地点外乱 $\ddot{Z}_g$ の作用の下で、 $[M]\{\ddot{z}\} + [C]\{\dot{z}\} + [K]\{z\} = -[M][K]^{-1}[K_s]\{I_{ng}\}\ddot{Z}_g$; n次元 --- ⑥

ここに、 $\{I_{ng}\}$ は各橋脚点の地震入力方向による強度ベクトル、 $[K_s]$ は支点を含む剛性マトリックスである。各要素の非弾性時における破壊のパターン(降伏又は座屈レベルY~部分的損傷~崩壊レベルC)はFig.2のように想定する。また強度(Y~C)と部材力は正規定常過程と仮定して、破壊の推定式は上記2より誘導される。

①確率過程論の応用による破壊の評価

Riceによる交差の問題の適用により、不確定な地震動パラメータ S_g を含む構造物の危険度に対する推定は②式の分布を用いて近似的に予想される。死荷重載荷および地震作用時の構造物の超過確率は、塑性率 $\mu_x = \bar{C}_x / \bar{Y}_x$ をパラメータに次式で表わされる。

$$P_f^D \leq P_f \leq P_f^I, \quad P_f^I = \int_0^\infty \int_0^\infty \left(1 - \{ 1 - F_2(0, r, S_g) \} \exp \left[-P(0, r, S_g) T_d \right] \right) dr dF_{S_g}(S_g), \quad P_f^D = \max_{\lambda=1}^n (P_{f,\lambda})$$

$$P_{f,\lambda} = \int_0^\infty \int_0^\infty P_{f,\lambda}(r, S_g) dr dF_{S_g}(S_g), \quad P_{f,\lambda}(r, S_g) = 1 - \Phi \left(-\frac{u_\lambda}{\sigma_{u_\lambda}} \right) \exp \left\{ -\frac{T_d \sigma_{u_\lambda}^2}{2\pi \sigma_{u_\lambda}^2} \exp \left(-\frac{u_\lambda^2}{2\sigma_{u_\lambda}^2} \right) \right\}$$

$$F_2(0/r, \rho_g) = 1 - \prod_{i=1}^n \left[1 - \Phi \left(-\frac{\bar{U}_i}{\sigma_{U_i}} \right) \right], \quad P(0/r, \rho_g) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\sigma_{U_i}}{2\pi\sigma_{U_i}} \exp \left[-\frac{\bar{U}_i^2}{2\sigma_{U_i}^2} \right] \prod_{j=1, j \neq i}^n \left[1 - \Phi \left(-\frac{\bar{U}_j}{\sigma_{U_j}} \right) \right] \right) \quad \text{以上, ⑦}$$

$$\text{ここで, } \bar{U}_i = \bar{U}_i(r) = r\bar{C}_i + (1-r)\bar{Y}_i - \bar{Z}_i, \quad \sigma_{U_i}^2 = \sigma_{U_i}^2(r, \rho_g) = r^2\sigma_{C_i}^2 + 2r\sigma_{C_i}\sigma_{Y_i}r(1-r) + \sigma_{Y_i}^2(1-r)^2 + \sigma_{Z_i}^2(\rho_g), \quad \sigma_{U_i}^2 = \sigma_{C_i}^2(\rho_g) = \sigma_{Z_i}^2(\rho_g) \quad \text{⑧}$$

U_i は要素の余裕強度を、 ρ_i は Y_i と C_i の相関係数、 Z_i は静的解析で得られた断面力を意味する。このアイデアは構造要素の損傷度を $r = \left(\frac{Z_i - Y_i}{C_i - Y_i} \right)^d$ ($0 \leq r \leq 1$) で定義した場合、 $d=1$ として崩壊に至る強度特性 $\bar{Z}_i = r(C_i - Y_i) + Y_i$ が不規則に変化することを示している。

6) 加速度応答スペクトルを用いた準静的信頼性理論による破壊の推定 危険度評価のための断面力は例えば R.S.S. 法を適用すると、④(or⑤) 式の確率的加速度応答スペクトルの統計量より、

$$E\{F_{lmax}\} \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left[(K)\{\phi\} \bar{g}_{lmax} \right]^2 \quad \text{但し, } \bar{g}_{lmax} = \left[\bar{S}_{A_{lmax}}(r_i) / \omega_i^2 \right] \{\Lambda\}, \quad l < n \quad \text{⑨}$$

$$\sigma^2\{F_{lmax}\} \approx \frac{2}{\pi} \left[(K)\{\phi\} \bar{g}_{lmax} \right]^2 \left[\frac{\sigma_{S_{A_{lmax}}}}{S_{A_{lmax}}} \right]^2 \frac{2}{\pi} \left[(K)\{\phi\} \bar{g}_{lmax} \right]^2 \left[\frac{\sigma_{\Lambda}}{S_{A_{lmax}}} \right]^2 \quad \text{但し } \frac{\partial \bar{g}_{lmax}}{\partial S_{A_{lmax}}} = \left[\frac{\partial \bar{S}_{A_{lmax}}}{\partial S_{A_{lmax}}} \right] \{\Lambda\} \quad \text{⑩}$$

ここで、 $\{\omega_i\}$ 、 $\{\phi\}$ 、 $\{\Lambda\}$ は固有振動数、モードと刺激係数で応答に大きな影響を及ぼす低次モード ($l < n$) のみ取り扱った。 δ_{ij} は Kronecker delta 記号である。速度応答は S_{A_i} の代りに $\omega_i S_{A_i}$ と置けばよい。次に準静的信頼性理論を利用すると構造物の破壊確率は次式で与えられる。

Vanmarcke による近似式より、安全性指標 β_i を用いて、

$$P_f^0 = \max(P_{f_i}) \leq P_f \leq P_f^I = P_{f_1} + \sum_{i=2}^n \min(a_{ij} P_{f_j}), \quad a_{ij} = 1 - \frac{P_{f_{ij}}}{P_{f_i}} \quad \text{以下} \quad \text{⑪}$$

$$P_{f_i} = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \text{erfc} \left(\frac{\beta_i(r)}{\sqrt{2}} \right) dr$$

$$P_{f_{ij}} = P_{f_i} + \frac{1}{2} P_{f_j} + \frac{1}{2\pi\sigma_{\beta_i(r)}} \int_0^{\infty} e^{-\sigma_{\beta_i(r)}^2} \left\{ \sqrt{2} \beta_{ij}(r) - \beta_i(r) \right\} \text{erf} \left\{ \frac{|\sqrt{2} \beta_{ij}(r) - \beta_i(r)|}{\sqrt{2(1-\rho_{ij}(r))}} \right\} dt dr$$

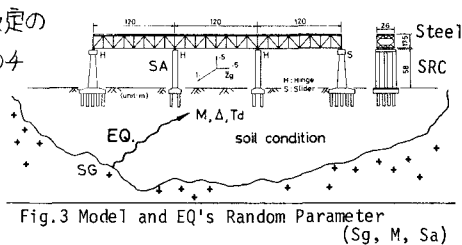
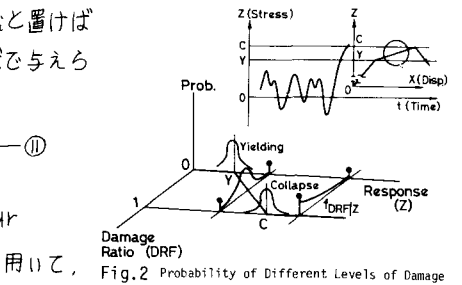
但し、③式による強度と応答の関係で Z_i の代りに⑩式の統計量を用いて、

$\beta_i = \bar{U}_i / \sigma_{U_i}$ 、 $\rho_{ij} = \bar{U}_i \bar{U}_j / \sigma_{U_i} \sigma_{U_j}$ 。この危険度推定は最適な信頼性レベル設定のために強震時の桁・橋脚・支承部の損傷・亀裂による走行安全性のチェックとなる。

4. 数値計算例および考察

以上の理論式で Fig. 3 の高架橋の単純モデルを対象に数値解

Table Seismic Parameter			
$b_1 = 32.1$	$b_2 = 0.5849$	$b_3 = 0.757$	
$c_1 = 2.75 \times 10^{-2}$	$c_2 = 0.67005$	$c_3 = 0.265$	
$\Delta = 100 \text{ km}$	$p = 0.5$	$s = v = 0$	
$w = 8.967$	$u = 3.125$	$k = 2.347$	
$M_{max} = 8.6$	$M_{min} = 5.0$		After 4)



析を行ない、地震動パラメータの不確定さが系の危険度評価に及ぼす影響を検討した。Table は地動パラメータを示す。Fig. 4, 5 は面内方向と面外方向の破壊の分布状態を示している。構

造物の破壊基準が更橋のものと必ずしも一致した再現性及び値に絶対的意味を有しないが、一般に橋脚基部に破壊を生じ易い。また列車走行時の安全性の破壊規範は桁部の断面力でなく変位を取ることも必要であろう。なお桁部の剛度変化にする P_f の挙動をも調べた。

5. あとがき 本研究は地震外力モデルに含まれるパラメータの不確定さによる構造信頼性オーダー推定の予測式を提示した。また数値計算によって本解析手法の有用性を検討し、地震動の統計量の構造破壊に伴う走行安全性に与える影響度が指摘された。特に地震動のマグニチュードの変動に注目したが、他のパラメータ(震央距離、継続時間、地盤特性)の同時分布又は地震の生起確率をも解析のプロセスに取り入れることが出来る。

参考文献

- 1) Trifunac, M.D. and Anderson, J.G., : Preliminary Empirical Models for Scaling Absolute Acceleration Spectra, U. South. Calif., Dept. Civ. Engg., Report No. CE 77-23, Aug., 1977
- 2) Vanmarcke, E.H., : Matrix Formulation of Reliability Analysis and Reliability-based Design, Computers & Structures, Vol. 3, No. 4, 1973
- 3) 土木学会高橋脚橋梁設計委員会 ; 高橋脚橋梁の耐震設計に関する調査研究報告書, 昭和52年3月
- 4) 佐伯・片山・岩崎 ; わが国の地盤上で得られた加速度記録の特性, 第32回土木学会講演概要集, I-162, 昭和52年10月