

1. 概 要

最適設計の手法として非線形計画法により目的関数を定量的に設定し、その最大または最小値をみつけることにより最適解を得る方法がある。さらに対象構造物を特定のものに限定し、したがって広い範囲の複雑な崩壊モードを含んだもの、他方弾性範囲内ではあるが有限要素法を解析手法として汎用性を追求しているものがある。補剛円筒シールは前者の特定対象構造として研究されてきた(文献1)が、ここではさらに次の3点について進展させたものである。(1)リングとストリングに加えて敷施状に配置された斜補剛材を設計変数として設計の自由度を増す(図1)(2)非線形座屈解析を行い解析の敷密度を増す。(3)可変計量法(Variable Metric Method)と射影法(Gradient Projection Method)の組合せから線形拘束条件下のアルゴリズムを用いて計算効率を上げる。解析の定式化には総和ポテンシャルエネルギー法を用い、荷重は軸力とその偏心による端モーメントおよび内外圧とし、シールは直交異方性体である。目的関数は総重量とし、円筒シールの肉厚、補剛材の寸法および間隔など最大9個の設計変数による最小重量設計を行った。

2. 解 析

座屈前変形のより厳密な解析のためには至変位関係式における半至方向変位の2次の項を含めなければならぬ。すなわち $\varepsilon_x = u_{,x} + 1/2 w_{,x}^2$, $\varepsilon_y = v_{,y} + w/R + 1/2 w_{,y}^2$, $\gamma_{xy} = u_{,y} + v_{,x} + w_{,x} w_{,y}$ 支配方程式は総和ポテンシャルエネルギーの定分から求める。直交異方性シールの至エネルギーは $\pi_s = 1/2 \int_0^{2\pi R} \int_0^L (N_x \varepsilon_x + N_{xy} \gamma_{xy} + N_y \varepsilon_y - M_x w_{,xx} + 2M_{xy} w_{,xy} - M_y w_{,yy}) dx dy$ 、縦横斜補剛材の至エネルギーを π_L, π_C, π_H 、外力によるポテンシャルを W とすると総和ポテンシャルエネルギーは $\pi = \pi_s + \pi_L + \pi_C + \pi_H + W$ 。至変位をパラメータとする式に整理したもののは、 $\pi = 1/2 \int_0^{2\pi R} \int_0^L \{ C_1 \varepsilon_x^2 + C_2 \varepsilon_y^2 + C_3 \varepsilon_x \varepsilon_y + C_4 \gamma_{xy}^2 + C_5 w_{,xx}^2 + C_6 w_{,yy}^2 + C_7 w_{,xx} w_{,yy} + C_8 w_{,xy}^2 + C_9 \varepsilon_x w_{,xx} + C_{10} \varepsilon_y w_{,yy} + 2C_{11} \gamma_{xy} w_{,xy} + C_{12} \varepsilon_x w_{,xx} + C_{13} \varepsilon_y w_{,yy} \} dx dy + \int_0^{2\pi R} [\hat{N}_x u - \hat{M}_x w_{,x}]_0^L dy$ 、係数 C は材料定数と幾何形状定数からなる。変分原理の適用から得られる平衡方程式は

$$\begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} &= 0 & N_{y,y} + N_{xy,x} &= 0 \\ -M_{x,xx} + M_{xy,xy} - M_{y,yy} + N_y/R - N_x w_{,xx} - N_y w_{,yy} - 2N_{xy} w_{,xy} + p &= 0 \end{aligned}$$

境界条件式は

$$N_x + \hat{N}_x = 0 \quad \text{または} \quad u = 0, \quad N_{xy} = 0 \quad \text{または} \quad v = 0$$

$$M_x + \hat{M}_x = 0 \quad \text{または} \quad w_{,x} = 0,$$

$$M_{x,x} - M_{xy,y} + N_x w_{,x} + N_{xy} w_{,y} = 0 \quad \text{または} \quad w = 0$$

これらの方程式を座屈前の半至方向変位 w_A かつ u で解くと $w_A = \delta_1 \sin \alpha_1 x \sinh \alpha_2 x + \delta_2 \sin \alpha_1 x \cosh \alpha_2 x + \delta_3 \cos \alpha_1 x \sinh \alpha_2 x + \delta_4 \cos \alpha_1 x \cosh \alpha_2 x + w_A^p$ の陽形式で求まる。座屈解析はこの変形 w_A の上に座屈モード w_B を重ねて考えたときの固有値解析である。座屈解は $u_B = U(\alpha) \cos(ny/R)$, $v_B = V(\alpha) \sin(ny/R)$, $w_B = W(\alpha) \cos(ny/R)$ となるを平衡式、境界条件に代入して得られる座屈方程式を $H(\alpha) = 0$ とし、座屈荷重、すなわち座屈モードと書くと $H(\alpha)$ は α の高次の非線形となる。繰返し計算より H の行列式を零とする α の最小のものを求めるのである。繰返し計算のための近似式は

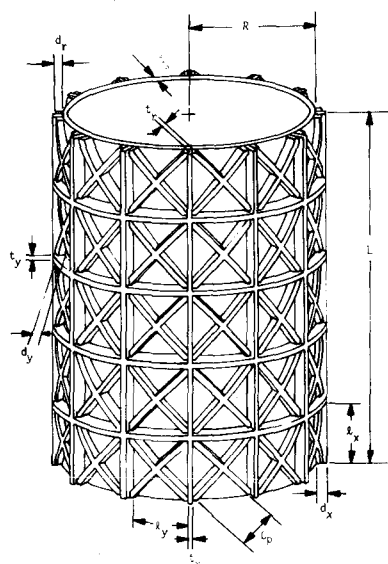


図1 補剛円筒シール

$$H(\lambda_0)\{Z/\Delta\lambda\}^{(r)} = -[H(\lambda_0), \lambda + 1/2 \Delta\lambda^{(r-1)} H(\lambda_0), \lambda\lambda] Z^{(r-1)}$$

その他の局部座屈および降伏の崩壊モード解析の詳細は割愛する。

3. 最小重量設計

応力、変位、座屈値、および製作上の幾何学的制約を拘束条件とする最小重量設計の問題を

$$\text{minimize } F(x, r) \quad \text{subject to } n_i x - b_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, p$$

ここで、 $F(x, r) = W(x) + r \sum (1/g_i(x))$, x : 設計変数 $W(x)$: 総重量 $g_i(x)$: i 番目の拘束条件式

r : 正の実数、おなれち幾何学的制約である線形拘束条件はそのままとし、構造応答の非線形拘束条件のみを

Fiacco McCormick 形の罰関数を用いて目的関数の中へ組み込んだ。最小点探索の方法は, Davidson Fletcher

Powell の可変計量法により求まる探索の方向ベクトルを現時点で設計を拘束(この線形条件の交りに射影して

用いる方法(文献2)である。探索の方向が決つたうその方向に代数補関式を繰返し使用(この最小点を求める。

アルゴリズムなどの詳細は割愛するが数値計算上の難点は目的関数、拘束関数の勾配の計算で、前者は偏微分を

行つて陽形式で得られるが、後者については差分法などの数値解法によらねばならず計算時間を費すのみならず

計算精度の確保に多大の努力を要した。 r の値は経験的に与えられているが、初期の段階では罰関数の項と重量

の項との値が同じ位というのがひとつの基準であり、 r の減少の度合はここでは $1/10$ を用いた。

4. 数値計算例

半径 9.55 in (24.26 cm) 長さ 38.0 in (96.52 cm) アルミ合金の円筒(文献1より)について補剛材の

種類、境界条件、荷重などを変えて計算を行つた。最小重量設計は縦横斜の全部の補剛材が外側についてたまり

得られた下の表にまとめた。なお非線形座屈解析による座屈耐力は線形解によるものより5~40%低く得られた。

また座屈のような凹関数となる拘束条件下では数値計算がしばしば不安定となる。拘束関数のより全体的な解明

が必要と思われる。

Design variables

	x_x	x_y	t_s	t_x	d_x	t_y	d_y	t_r	d_r	W	$\bar{e}$
Final	1.71	.237	.0123	.00369	.185	.0172	.168	.00537	.0520	4.41	.0192
Initial	1.50	.5	.028	.04	.25	.04	.2	.03	.1	14.98	.0651
U.B.	5.0	2.0	.03	.05	.5	.05	.5	.05	.5		
L.B.	.1	.1	.001	.001	.01	.001	.05	.001	.05		

f/f_{cr}

	Final	Initial
G.B.	.956	.167
P.B.	.633	.046
S.B.	.926	.349
L.S.B.	.964	.030
C.S.B.	.497	.059
H.S.B.	.559	.022
S.Y.	.962	.352
L.S.Y.	.033	.068
C.S.Y.	.914	.262
H.S.Y.	.693	.216

Circumferential wave numbers

	G.B.	P.B.	S.B.
n	9	15	1

Applied loads

N_x	p	$\bar{e}$
800	0	0

$$L = 38.0$$

$$R = 9.55$$

$$\text{Aluminum } E = 10.5 \times 10^6$$

$$\mu = .333$$

$$\gamma = .101$$

$$\sigma_y = 50,000$$

Gross buckling failure mode



文献1. Morrow, W. and Schmit, L. "Structural Synthesis of a Stiffened Cylinder" NASA CR-1217

2. Goldfarb, D. "Extension of Davidson's Variable Metric Method to Maximization under Linear Constraints" SIAM J. 17-4