I－292　　橋梁構造物の幾何学的形状の決定法について

京都大学大学院　学生員　池島　賢治
京都大学工学部　正　員　白石　成人
京都大学工学部　正　員　古田　　均

1. まえがき　橋梁構造物は，一般に，荷重に対する抵抗性状の力学的相異によって種々の形成に分類されている。この時，橋梁構造物を骨組系とみなすと，各橋梁形式に対応してその幾何学的形状が特徴づけられる。しかし，そのような橋梁形式に対応する幾何学的形状決定のプロセスは，多分に経験によるものが多く，トラス橋などの一部の形式を除いてほとんど明確にされていない。そこで，より合理的な橋梁構造物の設計を考える時，橋梁形式と対応して，その幾何学的形状の特徴を探ることは極めて有意義であり，さらに，力学的特性と幾何学的形状の特性との連関について検討することは，興味深い問題であると思われる。また，橋梁形式とその幾何学的形状との相関が明らかになれば，橋梁構造物の比較設計を行なう際においても，形状を考慮した，より合理的な比較が可能になると思われる。本研究では，以上の認識の上に立って，最適設計の考え方を用いて橋梁構造物の幾何学的形状の決定法について考察を加える。また，いままでトラス橋に対して提案してきた二段階決定法をアーチ橋に適用し，その形状に対して考察を加える。さらに，最適規準の考え方を用い，たわみ制限がある場合のトラス橋の形状決定法を提案する。

2. 幾何学的形状の決定法　橋梁構造物の幾何学的形状の決定を最適化過程に導入するために，節点座標を設計変数に導入する。この時，節点座標と部材断面積を同時に扱うことによって，計算時間の増加，収束性の劣化などの問題が生じる。そこで，ここでは，まず節点座標を設計変数として形状を決定し，その後最適な部材断面積を求めるという二段階決定法を用いる。すなわち，これは，節点座標を基本変数と考え，部材断面積をその関数として表わすというもので，設計のハイアラーキーにおいて，部材断面積よりジオメトリー（すなわち節点座標）を上位に位置させた方法と言える。節点座標の決定に際しては，無制約の最適化手法の中で最も収束性がよく，演算時間も短いと言われているVariable Metric Method[1]を用いる。以下に簡単にその手順を示す。

step 1　初期節点座標 X_0 を仮定する。

step 2　節点座標の関数として表現された部材断面積 $A_k=A_k(X_k)$ を計算する。

step 3　Variable Metric Method によって節点座標の変更を行なう。

step 4　$(X_{k+1}-X_k)/X_k$ がある定数 ε より小さくなった時の節点座標，部材断面積を解とする。一方，ε より大きい時は，step 2 にもどり計算を続行する。

3. 全応力設計によるアーチの形状決定法　アーチの部材断面積を算定するために，ここでは，全応力設計を用いる。いま，アーチ部と桁部においては曲げモーメントと軸力，吊材においては軸力によって外力に抵抗すると考えると，各部材の最大縁端応力 $\sigma_{i\,max}$ は次式で表わされる。

アーチ部・桁部　　　　　　　　吊材

$$\sigma_{i\,max}=\frac{|M_{i\,max}|}{Z_i}+\frac{|N_i|}{A_i} \quad\cdots\cdots\ (1), \qquad \sigma_{i\,max}=\frac{|N_i|}{A_i} \quad\cdots\cdots\ (2)$$

ここに，$|M_{i\,max}|$ は i 部材における曲げモーメントの絶対値の最大値，Z_i は i 部材の断面係数とする。ここで設計変数を減少させるために $Z_i=\alpha A_i^{\frac{3}{2}}$ という近似を用い，式(1)，(2)における $\sigma_{i\,max}$ が許容応力 σ_a に等しくなった時が全応力という条件を用い両式を変形すると，次式が得られる。

$$\alpha^2\sigma_a^2A_i^3-2\alpha^2\sigma_a|N_i|A_i^2+\alpha^2|N_i|^2A_i-|M_{i\,max}|^2=0 \quad\cdots\cdots\cdots\ (3)$$

（ただし，吊材では，上式において $|M_{i\,max}|=0$ とおいた式となる。）

上式において，$|N_i|$，$|M_{i\,max}|$ は節点座標が決定されれば求められるものであるから，上式の3次方程式を解くことによって，部材断面積が節点座標の関数として求められたことになる。

4. たわみ制限のある場合のトラスの形状決定法　応力制限のみを受ける場合（すなわち全応力設計）のトラスの幾何学的形状の決定に関する研究は，現在まで数多くなされている。そこで，ここでは，たわみ制限が存在する場

合のトラスの幾何学的形状の決定法を，Gellatly とBerkeによって提案されている最適規準法[2]を用いて考える。それによると，たわみ制限がある場合の部材断面積 A_j は，次式で書ける。

$$A_j = \frac{1}{\Pi^* - \Pi_0} \sum_{i=1}^{m} L_i \sqrt{\frac{F_i^P F_i^Q \rho_i}{E_i}} \sqrt{\frac{F_j^P F_j^Q}{\rho_j E_j}} \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

（ここに，Π^* はたわみ制限値，Π_0 は受動要素によるたわみ，F_i^P, F_i^Q は，各々，実荷重 P，仮想荷重 Q に対する部材力とする。）

L_i，F_i^P，F_i^Q は，節点座標が決定されれば求められるので，式(4)によって，部材断面積は節点座標の関数として表わされたことになる。しかし，不静定構造物の場合は反復計算が必要となるので，次の漸化式の形で表現されたものを用いる。

$$A_j^{k+1} = A_j^k \sqrt{\left(\frac{\sigma_j^P \sigma_j^Q}{E_j \rho_j}\right)^k} \frac{1}{\Pi^* - \Pi_0} \sum_{i=1}^{m} (A_i L_i \rho_i)^k \sqrt{\left(\frac{\sigma_i^P \sigma_i^Q}{E_i \rho_i}\right)^k} \quad \cdots\cdots\cdots (5)$$

一方，たわみ制限と同時に満足されなければならない応力制限については，たわみ制限より上位の制約条件として最適規準法に導入する。

5．数値計算結果　全応力設計によるアーチの幾何学的形状決定の一例を図１に示す。また，図１と異なるトポロジー，異なる荷重条件において得られた最適形状を図２，図３に示す。これらを比較して，トポロジーとアーチという橋梁形式，トポロジーと荷重条件との間に，密接な連関が存在することがわかる。つぎに，最適規準法の有効性を調べるために，４パネルプラットトラスに対してSLP法と最適規準法を用いて部材断面積の最適化を行なった。収束状況は図４に示すとおりである。収束値として両者はほとんど同じ断面積を与えているが，収束状況を見ると，最適規準法では１回の繰り返し計算で解が求まるのに対し，SLP法は同じ初期値からでは29回の反復計算が必要となり，その収束状況も，初期値やMove Limit の設定により大きく左右されている。このことから，比較的単純なトラス構造物に対して，最適規準法は，短い計算時間で，初期値に依存しないかなり精度の高い解を与えることがわかる。たわみ制限がある場合のトラスの幾何学的形状決定の一例を図５に示す。計算は８回の反復で収束し，得られた形状は２パネルワレントラスと非常に近く，応力制限のみが作用している場合の最適形状と類似したものとなっている。

6．結論および今後の課題　本研究では，橋梁構造物の幾何学的形状の決定法として，節点座標の決定にVariable Metric Method，部材断面積の決定に全応力設計を用いた二段階決定法を提案し，簡単なアーチのモデルに対し数値計算を行なった。さらに，トラスに対しては，部材断面積の決定に最適規準法を用いることによって，たわみ制限がある場合の幾何学的形状が決定されることを示した。今後，他の制約条件に対しても，最適規準法等を用いて断面積を節点座標の関数として表わすことができれば，本手法を適用することによって，各種の制約条件に対する各橋梁形式の幾何学的形状の特徴が把握できると思われる。

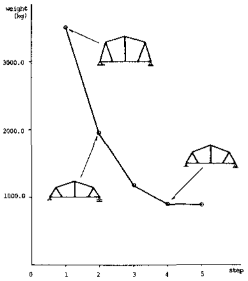

図１　アーチの形状変化

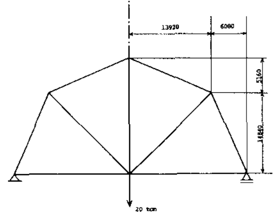

図2　アーチの形状(トポロジーの影響)

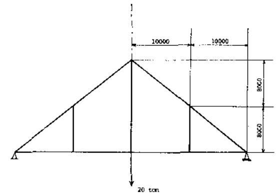

図3　アーチの形状(荷重条件の影響)

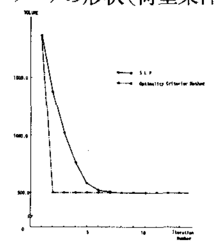

図4　SLP法と最適規準法

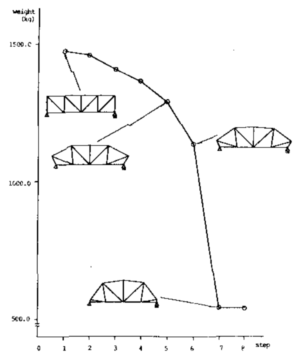

図5　トラスの形状変化

〔参考文献〕1) R.Fletcher, D.Powell：A Rapidly Convergent Descent Method for Minimization, Computer Journal, Vol. 7, No. 3, 1963． 2) ギャラガー・ツィンキェビッチ：最適構造設計 第4章Gellatly, Berke，最適性を規準とする設計計算法，(川井・戸川監訳)培風館，1977