I-291　活荷重合成げたの主げた断面を支配する制約条件について

群馬高専　正員　平田恭久
東京都立大学　正員　伊藤文人

1. まえがき及び最適断面

主げた断面の決定ではけた高とフランジ断面を定めねばならないが，従来からあるプレートガーダーでの所要フランジ断面積と最適けた高の考え方をもとにして，通常の設計範囲での活荷重合成げたの主げた断面の状況（支配している制約条件，最適けた高，断面積，応力度等）を把握することを目的として断面算出の方法を考えてみた。なおここでは厳密な最適解を得ることは目的としていない。最適断面を求めるときの目的関数としては鋼げた断面積（断面変化点を考慮した平均曲げモーメントを用いると近似的には鋼げた体積を目的関数としたのと同じである）を用いる。制約条件としては道路橋示方書の規定を用いるが，ここでは，$\sigma_{sc}+\sigma_{vc}\leqq\sigma_{ca}$，$\sigma_{sc}\leqq\sigma_{ER}$（架設時許容応力度），$A_c\geqq A_{co}$（ずれ止め設置のための必要な断面積），$\sigma_{st}+\sigma_{vt}\leqq\sigma_{ta}$，$\sigma_{vc}\geqq 0$（合成断面の中立軸が鋼げた内にある），$A_t\geqq A_{to}$（引張フランジの最小断面積），$\mu\cdot M_v\leqq I_v$（たわみ制限に抵触しないための支間中央断面の断面二次モーメント）の計7個の制約条件を取り上げている。床版断面は与件とし，腹板厚は最小板厚$t=t_0$または最大幅厚比$t=h/\gamma$の制約条件式上にあるものとし，簡単にするためフランジ厚は無視しているので，設計変数はh, A_c, A_tの3個である。最適解は制約面上にあるものとして算出式を導いている。

2. 制約条件の組合せ及び適合する制約条件

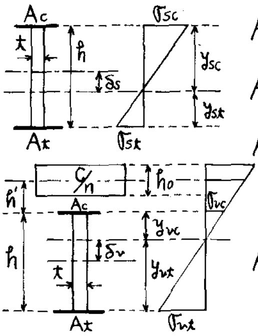
M_s, M_vとhを与えてA_c, A_tを定めるには2個の等号条件が必要である。ここでは7個の制約条件を採用しているので，制約条件の組合せとしては$7\times(7-1)/2=21$通り存在することになるが，制約条件を分類してみると，①圧縮側の条件としてはA_cを直接規定している$A_c=A_{co}$と圧縮側の条件として用いた方が有利な$\sigma_{sc}=\sigma_{ER}$，$\sigma_{sc}+\sigma_{vc}=\sigma_{ca}$の計3個の条件，②引張側の条件としては$A_t$を直接規定している$A_t=A_{to}$，$\sigma_{vc}=0$（この条件より$A_t=S/n\cdot h'/h-t\cdot h/2$が導かれる）と引張側の条件として用いた方が有利な$\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$，$\mu\cdot M_v=I_v$（実際には$A_t$を直接規定するものとみなしてよい）の計4個の条件，に分かれるので，圧縮側の条件1個と引張側の条件1個とを組合わせる$3\times4=12$通りとなる。（不利な組合せの例としては，"$A_c=A_{co}$, $\sigma_{sc}=\sigma_{ER}$"の組合せでは$A_c=A_{co}$の条件よりA_cが定まり，このA_cに対して$\sigma_{sc}=\sigma_{ER}$となるようにA_tが定まるが，このときのA_c+A_tは"$\sigma_{sc}=\sigma_{ER}$, $\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$"の組合せでの$A_c+A_t$よりも大きく断面として不利である）この12通りの組合せのうち通常の設計では生じてこない組合せを差し引くと表に示す8通りの組合せが残るので，この等号条件の組合せを用いてフランジ断面積，最適けた高を計算しておけばよい。ある等号条件の組合せを用いて与えられたM_s, M_vとhに対してA_c, A_tを定めたとき，他の制約条件をすべて満足していれば設計断面として採用することができるので，このような等号条件の組合せを"適合する制約条件"と称することにする。適合する制約条件はM_s, M_vとhとによる広がりに対してそれぞれある領域を持っているので，適合する制約条件の境界を計算しておくとA_c, A_tがどのような制約条件に支配されているかが明らかとなり便利である。

圧縮側	引張側
$A_c=A_{co}$	$A_t=A_{to}$
$A_c=A_{co}$	$\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$
$A_c=A_{co}$	$\sigma_{vc}=0$
$\sigma_{sc}=\sigma_{ER}$	$\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$
$\sigma_{sc}=\sigma_{ER}$	$\sigma_{vc}=0$
$\sigma_{sc}+\sigma_{vc}=\sigma_{ca}$	$\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$
$\sigma_{sc}+\sigma_{vc}=\sigma_{ca}$	$\sigma_{vc}=0$
$\sigma_{sc}+\sigma_{vc}=\sigma_{ca}$	$\mu\cdot M_v=I_v$

3. 計算方法

1）応力度，フランジ断面積　図の鋼げた断面及び合成断面について断面のつり合いからフランジ断面積の算出式を導くと(1)~(4)式が得られる。各制約条件の組合せについて応力度の算出式を導くと，例えば"$\sigma_{sc}+\sigma_{vc}=\sigma_{ca}$, $\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$"の組合せでは$A_{c(s)}=A_{c(v)}$, $A_{t(s)}=A_{t(v)}$, $\sigma_{sc}+\sigma_{vc}=\sigma_{ca}$, $\sigma_{st}+\sigma_{vt}=\sigma_{ta}$の4個の条件より4個の未知数$\sigma_{sc}$, σ_{st}, σ_{vc}, σ_{vt}が定まる。この場合は解析的な解が得られないので，σ_{sc}, σ_{st}は逐次代入により数値的に求

めることになる。σ_{sc}, σ_{st}が定まればA_c, A_tは(1), (2)式より算出できる。同様にして他の組合せについても応力度，フランジ断面積が算出できる。



$$A_{c(s)}=\frac{M_s}{\sigma_{sc}h}-\frac{th}{6}\cdot\frac{2\sigma_{sc}-\sigma_{st}}{\sigma_{sc}} \quad\cdots\cdots(1)$$

$$A_{t(s)}=\frac{M_s}{\sigma_{st}h}-\frac{th}{6}\cdot\frac{2\sigma_{st}-\sigma_{sc}}{\sigma_{st}} \quad\cdots\cdots(2)$$

$$A_{c(v)}=\frac{M_v}{\sigma_{vc}h}-\frac{th}{6}\cdot\frac{2\sigma_{vc}-\sigma_{vt}}{\sigma_{vc}}-\frac{c}{n}\left\{\left(1+\frac{h'}{h}\right)^2+\left(1+\frac{h'}{h}\right)\frac{h'}{h}\frac{\sigma_{vt}}{\sigma_{vc}}+\left(1+\frac{\sigma_{vt}}{\sigma_{vc}}\right)\left(\frac{h_0}{h}\right)^2\Big/12\right\} \quad\cdots\cdots(3)$$

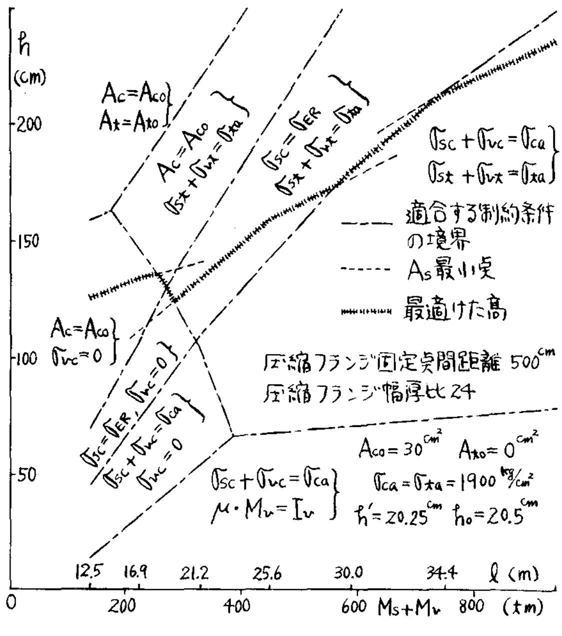
$$A_{t(v)}=\frac{M_v}{\sigma_{vt}h}-\frac{th}{6}\cdot\frac{2\sigma_{vt}-\sigma_{vc}}{\sigma_{vt}}-\frac{c}{n}\left\{\left(\frac{h'}{h}\right)^2+\left(1+\frac{h'}{h}\right)\frac{h'}{h}\frac{\sigma_{vc}}{\sigma_{vt}}+\left(1+\frac{\sigma_{vc}}{\sigma_{vt}}\right)\left(\frac{h_0}{h}\right)^2\Big/12\right\} \quad\cdots\cdots(4)$$

2）最適けた高　　主げた断面積は$A_s=th+A_c+A_t$より求められるが，このA_sには制約条件が等号条件として代入されているので，形式的には無制約最適化問題となっている。$\partial A_s/\partial h=0$とおいた式から$h$の算出式を導けばその制約条件の組合せでの$A_s$最小点が得られる。しかしながらこの式は非常に複雑になるので，試行によりA_s最小となるhを求めた方が簡単である。このようにして求めたA_s最小点のうちすべての制約条件を満足しているものが最適けた高である。

3）適合する制約条件の境界　　適合する制約条件の境界では3個の等号条件が成立しているので，M_s, M_vに対してh, A_c, A_tが定まる。3個の等号条件からM_s, M_vとhを含む1個の式が導かれ，M_s, M_vが与えられるとこの方程式を数値的に解く（応力度も含まれているが，hを仮定すると応力度は計算できる）ことによりhが求められる。ある適合する制約条件にどのような適合する制約条件が隣接しているかは，M_s, M_vとhに対する応力度またはA_c, A_tの変化状況を調べれば判断できる。

4. 計算結果の図示

3.での計算方法による最適けた高，適合する制約条件の境界をh, M_s+M_v（$k=M_v/M_s$をM_s+M_vの関数の形で規準化してある）を座標として図示してみた。たわみ制限には支間lが入ってくるが，ここでは主げた間隔3mとしてM_s+M_vに換算（このときのM_s+M_vに対するlが横軸に表示してある）した。この図は中げた，SM50材について$t=h/r$（r, c/hの値はM_s+M_vにより異なる）として計算してある。図において制約条件の境界上に最適けた高が存在している箇所があるが，ここでは最適けた高は"2個の等号条件+A_s最小"ではなくて"3個の等号条件"により定まっている。この図にA_c, A_tをプロットするとh, M_s+M_vに対する所要フランジ断面積となる。またA_sをプロットすると最適けた高附近が谷底となり，A_sの変化状況が把握できる。



5. まとめ

ここでは活荷重合成げたの主げた断面を設計する際の主げた断面を支配している制約条件を明らかにすることを中心に述べてきたが，ここで示した計算方法を用いることにより，①活荷重合成げたでの主げた断面の状況を明らかにすることができる。②計算に用いるr, t_0, c/h等のファクタを実際の設計に合うように調整すれば手計算の設計での初期値を与えることができる。等の効用がある。今後の課題としては，①フランジ厚の影響，ファクタの変化による影響を調べる。②図での表現方法を工夫してノモグラム的な使い方を考える。③制約条件の組合せについて検討を加える。等がある。

参考文献　平田，伊藤　活荷重合成げたの最適けた高について　第6回土木学会関東支部研究発表会