

熊本大学 正員 ○小林一郎
同 上 三池亮次
三菱重工業 福岡哲夫

1. まえがき: 現在、骨組構造物の最適設計はピン結合のものについての解析例が多いようであるが、本研究は、より一般的な骨組構造についての最適設計の定式化を試みようとするものである。文献(1)で用いられている接統マトリックスによる平衡法によって理論式を構成することは、剛結骨組構造の最適形状設計と反復線形計画法(SLP)によって解析する際、ひとつの有効な方法であると思われる。接統マトリックス①は、平衡マトリックス②に変換マトリックス③からできているが、ピン結合の場合は、③が①になるため接統マトリックスは変換マトリックスと同一のものとなり、既に文献(2)において状態変数および影響係数の理論式の誘導が示されている。つまり、接統マトリックスを用いて定式化すれば、ピン結合と剛結合あるいはそれらの混合された構造物について、同様の取り扱いが出来ることになる。

2. 接統マトリックスによる平衡法: 説明を簡単にするために剛結構造物に限って記述する。記号あるいは理論式についての詳細は文献(1)を参照されたい。図-1に示すように $a \sim d$ までの各部材において、⊕の終点(1)と始点とし⊖の終点(2)を終端とする矢印を引く。基準座標系に基づく各節点の変位および節点荷重をそれぞれ d_i, P_i とし、部材 a の両端の部材端荷重を P_a', P_b' とする。ただし、ダッシュ記号は局所座標系であることを示す。図-1に示す4部材剛結構造の節点 A, B についての平衡方程式は次式の通りである。

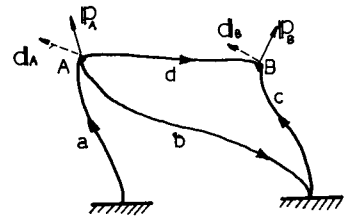


図-1 剛結構造の例

$$P_A = P_{aA}' + P_{bA}' + P_{dA}', \quad P_B = P_{cB}' + P_{dB}' \quad \text{--- (1)}$$

ここで、各部材端荷重を基準座標系に変換する。ただし、平衡マトリックスによって $P_a' + H_{aA} \cdot P_{aA}' = 0$ のように各部材について平衡方程式が成り立っているので式(1)は次式のようにマトリックス表示される。

$$\begin{bmatrix} P_A \\ P_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_a & -T_b H_b & 0 & -T_d H_d \\ 0 & 0 & T_c & T_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{aA}' \\ P_{bA}' \\ P_{cB}' \\ P_{dB}' \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad P = C \cdot P_m \quad \text{--- (2)}$$

また変位 d については

$$d = (C \cdot K_m \cdot C^T)^{-1} \cdot P = G^{-1} \cdot P \quad \text{--- (3)}$$

となる。式(2)の2番目の等式において、 C が接統マトリックスであり、各節点への部材の接統の状態を表すマトリックスである。つまり、構造物の仕組幾何学的性質および基準座標系に対する方位についての情報はすべて接統マトリックスの中に含まれている。また K_m は、各部材の剛性マトリックスを構造全体について集めたものであり、完全に切り離した状態の部材の弾性的性質を表わしている。従って K_m はそれ自体として特殊である。

3. 影響係数の誘導: 式(2)(3)より状態変数 d 及び P_m の設計変数 (x_i) に対する影響係数を求める。

$$\frac{\partial d}{\partial x_i} = \frac{\partial G^{-1}}{\partial x_i} \cdot P \quad \text{--- (4)} \quad \frac{\partial P_m}{\partial x_i} = \frac{\partial K_m}{\partial x_i} \cdot C^T \cdot d + K_m \frac{\partial C^T}{\partial x_i} \cdot d + K_m C^T \frac{\partial d}{\partial x_i} \quad \text{--- (5)}$$

次に、節点座標を設計変数とする場合の影響係数についてであるが、格点の座標 (x, y) を変数として任意の着目部材について考える。④の格点の座標 (x_i, y_i) を設計変数とすると部材 i の剛性マトリックス k_i について、

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_{i1}} = \frac{\partial}{\partial x_{i1}} \begin{bmatrix} \frac{EA}{L_i} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L_i^3} & -\frac{6EI}{L_i^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L_i^2} & \frac{4EI}{L_i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{EA}{L_i^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{36EI}{L_i^4} & -\frac{12EI}{L_i^3} \\ 0 & -\frac{12EI}{L_i^3} & \frac{6EI}{L_i^2} \end{bmatrix} \frac{\partial L_i}{\partial x_{i1}} = -\tilde{k}_i \frac{\partial L_i}{\partial x_{i1}} \quad (6)$$

となる。ただし $L_i = (x_{i2} - x_{i1})^2 + (y_{i2} - y_{i1})^2$: 部材長, E : 弾性係数, A : 断面積, I : 断面二次モーメント。方向余弦を λ, μ とすると $\lambda = (x_{i2} - x_{i1})/L_i$, $\mu = (y_{i2} - y_{i1})/L_i$ となる。従って式(6)方向余弦を用いて書き変えることができる。 k_i マトリックスに於ける影響係数をすべて書くとは式(7)のようになる。

$$\frac{\partial k_i}{\partial x_{i1}} = \lambda \tilde{k}_i, \quad \frac{\partial k_i}{\partial x_{i2}} = -\lambda \tilde{k}_i, \quad \frac{\partial k_i}{\partial y_{i1}} = -\mu \tilde{k}_i, \quad \frac{\partial k_i}{\partial y_{i2}} = \mu \tilde{k}_i \quad (7)$$

よって $k_i (i=1, \dots, n)$ をよせ集めたマトリックスである k_m の節点座標に於ける影響係数 $\partial k_m / \partial x$ or $\partial k_m / \partial y$ は、着目している節点に接続された部材についての k_i の微分形のみが残れば 0 とするマトリックスである。

4. 数値解析例: 次の図-2 に示す剛結トラスおよび図-3 のピン結トラスについて解析を行なう。設計変数は、各部材の断面積(A_i)と格点の座標 (x_i, y_i) とする。ただし、下弦材については部材長は変化しない(格点の座標は変化しない)ものとする。制約条件は応力制限と細長比の上限とし、目的関数は、材質一定(554/1)として、全体積を最小とする。また断面については、フランジ幅(b)を全部材について一定にすることが現実的であると考えて定数としたため、断面積の変化はウエブ高(h)の増減によって行なう。model-1 と model-2 は断面量については同一の条件とし骨組形状のみ異なる初期値を与える。ほぼ同一の解を得た。また model-3 は23部材ワレントラスである。なお、すべてのモデルは、表-3 にも示されているように、斜材の一部をH型(H)その他は箱型(D)として解析を行なった。

なお、図中、実線は、最適解、破線は初期値である。

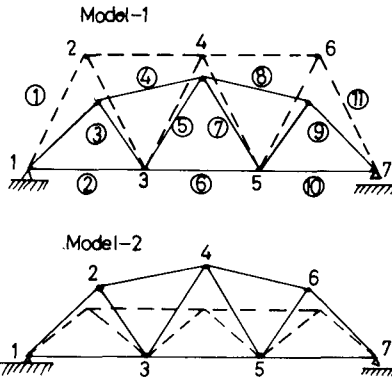


図-2 剛結トラスの最適骨組形状設計解析例

表-1 model-1の座標の初期値と最適値

節点		初期値	最適値
2	x	250 cm	296 cm
	y	500 "	304 "
4	x	750 "	—
	y	500 "	397 "
Vol (cm ³)		5.854 × 10 ⁵	2.041 × 10 ⁵

表-2 model-2の座標の初期値と最適値

節点		初期値	最適値
2	x	250 cm	304 cm
	y	200 "	294 "
4	x	750 "	—
	y	200 "	381 "
Vol (cm ³)		4.421 × 10 ⁵	2.039 × 10 ⁵

表-3 model-3の断面量

部材形状	初期値	最適値	初期値	最適値	初期値	最適値	初期値	最適値
	A (cm ²)	h (cm)	A (cm ²)	h (cm)	σ (N/mm ²)	σ _{allow}	λ	λ _{all}
1 □	400.0	152.0	188.4	46.2	-121.9	-121.9	41	120
2 □	"	152.0	119.3	11.6	139.6	1400	200	200
3 H	"	176.0	84.3	18.2	132.6	1400	200	200
4 □	"	152.0	196.6	50.3	-126.2	-126.2	36	120
5 H	"	176.0	109.0	30.5	-26.8	-56.8	120	120
6 □	"	152.0	176.6	40.3	1400	1400	61	200
7 H	"	176.0	98.6	25.3	1001	1400	200	200
8 □	"	152.0	252.9	78.5	-125.7	-125.7	37	120
9 H	"	176.0	117.1	34.6	-24.3	-56.8	120	120
10 □	"	152.0	229.6	66.8	1400	1400	39	200
11 H	"	176.0	99.0	25.5	506	1400	200	200
12 □	"	152.0	280.0	91.9	-125.6	-125.6	27	120

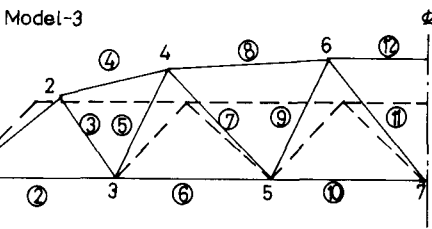


図-3 23部材ピン結トラスの解析例

最後に本研究の一部は53年度西部支那発表会で発表したが、その後、結果は講演時に示す。

参考文献: (1) R.K.リアス「マトリックス構造解析入門」(培風館), (2) 大久保「トラス構造の最適設計法」(関する研究)土木学会報告集, 778(70)