

防衛大学校 正会員 ○石 川 信 隆
防衛大学校 学生員 林 敏 臣

1. 緒言 本研究は、先に報告した固定荷重を受ける立体骨組構造物の最適塑性設計法を移動荷重の場合へ拡張するための基礎的段階として、まず曲げ構造物、主として連続桁を対象としてLPを利用した組織的で体系的な解析法と設計法の開発を企図したものである。これまで、移動荷重を受ける桁構造の最適塑性設計（最小重量塑性設計）に関する研究は数多くなされてきたが、ここでは、従来の一定断面部材の組合せによる最適塑性設計法を移動荷重に対する連続変断面部材の最適塑性設計法へ応用拡張せんとしたものである。すなわち、その手法はまず移動荷重に対する変形硬化荷重解析と最適塑性設計の静的および運動的方法による基本式をLPの双対定理を用いて導いた。次いで移動荷重による弾性包絡曲げモーメントおよび基本機構を作成したうえで、固定荷重の場合と同様の手法で、移動荷重に対する変形硬化荷重あるいは理想的変断面形状の算定を可能にした。

2. 移動荷重に対する変形硬化荷重解析 (1) 静的方法 (Static Approach) 従来の変動繰返し荷重を受けるラーメン構造の変形硬化荷重解析の静的方法による基本式を、移動荷重を受ける曲げ構造の場合に拡張すれば、式(1)のようなLP問題としてマトリックス表示される。ここに、式(1a)は静的許容な変形硬化荷重係数 λ_s が最大になることを示し、式(1b)は残留曲げモーメント m_r の平衡条件を、式(1c)、式(1d)は移動荷重による桁の正側および負側の降伏条件を示す。ただし、 C = 平衡マトリックスで、桁を分割して基本機構を作成することによりえられる（図-2(a)参照）； m_r = 残留曲げモーメントベクトル； M_p = 全塑性モーメントベクトル； M_e^+ 、 M_e^- =

未知の変数： λ_s, m_r

目的関数： $\lambda_s = \max. \lambda_s$ ---- (1a)

制約条件： $C^T m_r = 0$ ---- (1b)

$m_r + \lambda_s M_e^+ \leq M_p$ ---- (1c)

$-m_r + \lambda_s M_e^- \leq M_p$ ---- (1d)

ることを示し、式(1b)は残留曲げモーメント m_r の平衡条件を、式(1c)、式(1d)は移動荷重による桁の正側および負側の降伏条件を示す。ただし、 C = 平衡マトリックスで、桁を分割して基本機構を作成することによりえられる（図-2(a)参照）； m_r = 残留曲げモーメントベクトル； M_p = 全塑性モーメントベクトル； M_e^+ 、 M_e^- =

移動荷重による正側および負側の弾性包絡曲げモーメント。

(2) 運動的方法 (Kinematic Approach) 式(1)にLPの双対定理を適用すれば、式(2)のような運動的方法による解析の基本式がえられる。ここに、式(2a)は

未知の変数： θ^+, θ^-, u

目的関数： $\lambda_s = \min. \lambda_s = \min. M_p^T (\theta^+ + \theta^-)$ ---- (2a)

制約条件： $\theta^+ - \theta^- + C u = 0$ ---- (2b)

$M_e^+ \theta^+ + M_e^- \theta^- = 1$ ---- (2c)

$\theta^+ \geq 0, \theta^- \geq 0$ ---- (2d)

漸増崩壊機構における塑性ヒンジのなす内部仕事
が最小となることを示し、式(2b)は漸増崩壊機構
条件を、式(2c)は弾性包絡曲げモーメントが単位
の外力仕事をなすことを表わしている。また θ^+ 、
 θ^- = 漸増崩壊機構における正側および負側の仮想回転角ベクトル； u = 漸増崩壊機構における仮想変位ベクトル。

ここで、式(1)と式(2)は双対定理が成立しているゆえ、両式のいずれかと解けばすべての未知の変数 λ_s 、 m_r 、 θ^+ 、 θ^- 、 u がえられる。

3. 移動荷重に対する最適塑性設計 (1) 静的方法 (Static Approach) 従来の変動繰返し荷重を受けるラーメン構造の最小重量設計の静的方法による設計基本式を、移動荷重の場合に拡張すれば、式(3)のようなLP問題として表わされる。ここに、式(3a)は構造全体の重量が最小となることを示し、式(3b)は式(1b)と同じく残留曲げモーメントの平衡条件式を、式(3c)、式(3d)はそれぞれ移動荷重による桁の正側、負側の降伏条件式を表わしている。ただし、 M_p = 設計塑性モーメントベクトル； L = M_p に関する部材長ベクトル； T = 設計変数 M_p と部材節点とを結びつ

未知の変数： M_p, m_r

目的関数： $G = \min. G = \min. L^T M_p$ ---- (3a)

制約条件： $C^T m_r = 0$ ---- (3b)

$T M_p - m_r \geq \lambda_0 M_e^+$ ---- (3c)

$T M_p + m_r \geq \lambda_0 M_e^-$ ---- (3d)

$M_p \geq 0$ ---- (3e)

ることを示し、式(3a)は構造全体の重量が最小となることを示し、式(3b)は式(1b)と同じく残留曲げモーメントの平衡条件式を、式(3c)、式(3d)はそれぞれ移動荷重による桁の正側、負側の降伏条件式を表わしている。ただし、 M_p = 設計塑性モーメントベクトル； L = M_p に関する部材長ベクトル； T = 設計変数 M_p と部材節点とを結びつ

ける等価変換マトリックス； λ_0 = 終局荷重係数。

(2) 運動的方法(Kinematic Approach) 式(3)にLPの双対定理を適用すれば、式(4)のような運動的方法による設計基本式がえられる。ここに、

未知の変数: θ^+, θ^-, u

目的関数: $G = \max. \bar{G} = \max. \lambda_0 \{(\theta^+)M_c^+ + (\theta^-)M_c^-\}$ ----- (4a)

制約条件: $\theta^+ - \theta^- + Cu = 0$ ----- (4b)

$T(\theta^+ + \theta^-) \leq L$ ----- (4c)

$\theta^+ \geq 0, \theta^- \geq 0$ ----- (4d)

式(4a)

は弾性

包絡曲

げモー

メント

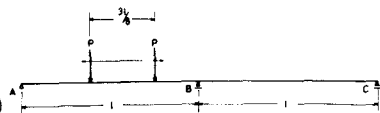


図-1 構造および荷重形式

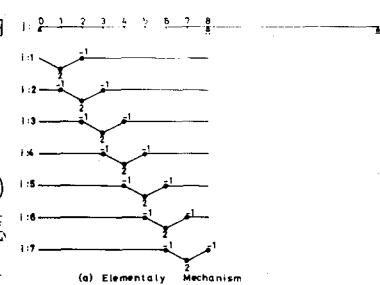


図-2 インプットデータ

のなす外力仕事が最大になることを示し、式(4b)は漸増崩壊機構条件を、式(4c)はFoulkes機構が形成される条件を表わしている。すなわち、式(4)は漸増崩壊機構条件とFoulkes機構条件と満足する運動の許容な変形状態における設計(危険側の設計であるゆえ軽い)のうち、外力仕事を最大にする変形状態を見つければ、それが最小重量設計となることを意味し、設計の下界定理を示している($G = \max. \bar{G}$)。ここで、式(3)または式(4)のいずれかを解けばすべての未知の変数 $M_p, \theta^+, \theta^-, u$ がえられる。

4. 計算例 いま図-1のような2スパン連続桁に連行荷重Pが移動繰返し作用するときの変形硬化荷重解析と最適塑性設計を行なう。まず、インプットデータとして1スパンを n 等分(ここでは $n=8$)して基本機構(C)と弾性包絡曲げモーメント(M_c^+, M_c^-)を求めれば、それぞれ図-2(a)と(b)がえられる。

(1) 変形硬化荷重解析 上記Cと M_c^+, M_c^- を用い、部材強度 M_p を全スパンについて一定として式(1)または式(2)を解けば、変形硬化荷重係数が $\lambda_s = 4.19 M_p / p l$ 、漸増崩壊機構が図-3(a)、そのときの残留曲げモーメント分布が図-3(b)のようにえられる。

(2) 最適塑性設計 ここでは部材強度 M_p を未知数として4.(1)と同じくCと M_c^+, M_c^- をインプットデータとして式(3)または式(4)を解けば、移動荷重による理想変断面形状が図-4(a)、構造物の全重量が最小となるときの残留曲げモーメント分布およびFoulkes機構がそれぞれ図-4(b)および4(c)のようにえられる。なお、図-4(a)の設計結果はSacchiらの値とほぼ一致しているが、Sacchiらの手法は移動荷重と連続した固定荷重の組合せと考えているため、LPのマトリックスサイズが極めて大きくなり、計算の効率はいさぐち悪いものと思われる。

5. 結言 1) 本法は基本機構(C)と弾性包絡曲げモーメント(M_c^+, M_c^-)をインプットデータとして与えるのみで、1回のLPの適用で短時間に解析または設計が可能である。2) 本法はさらに移動荷重を受けるアーチ、格子桁および立体骨組構造への応用が可能である。

参考文献 1) 石川, 大野, 岡元; 立体骨組構造の最適塑性設計に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第279号, 1978年11月。2) 例えは, 伊藤 満; 連続格子桁の最小重量塑性設計に関する研究, 名古屋大学学位論文, 1978年9月。3) Sacchi, G., et al.; Limit

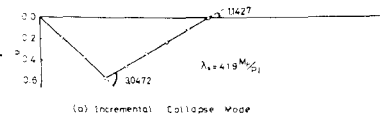


図-3 解析結果

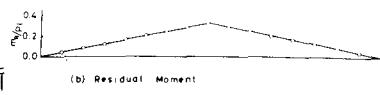


図-4 設計結果

Design of Frames for Movable Loads by Linear Programming, Optimization in Structural Design, Symposium Warsaw/Poland, Aug. 21-24, 1973. Berlin, 1975. 4) Cohn, M. Z., et al.; Unified Approach to Theory of Plastic Structures, J. of Eng. Mec. Div., ASCE, vol. 98, EM 5, Oct. 1972.