I-250　有限要素法の境界における逸散波動の消去の一試み

清水建設　　正員　○赤尾 嘉彦
東京大学 地震研究所　正員　　伯野 元彦

1. まえがき　　半無限体の振動を有限要素法(FEM)で解析するとき、通常そこから主要な部分を抜き取り、内部をメッシュに分けて計算するのだが、半無限体との境界は、自由端でも固定端でもない。　しかし、FEMでは、どちらかに決定しなければならない。　このために、その境界を通過するはずの波が、そこで反射され、この反射波を消すために、様々の試みがなされている。　ここでは、入射波と逸散波を分離して考えることによって、これを解決した。　以下、半無限体は地盤を、波動は地震波で、今回はSH波のような単一の波を想定している。　また、この方法はSTEP-BY-STEP法である。

2. 原理　　図1のように、FEMの境界Aの内側に、第2の境界Bを設け、入力波変位Fと逸散波変位Gとすると、全変位uはF+Gとなる。　FEM計算により、境界A上での変位が分かれば、内部の点の変位が分かる。　そこで、次の仮定をする。

(i) 入力波について、F_A、F_Bより次のSTEPのF_Bが、予測できる。

(ii) 逸散波について、G_A、G_Bより次のSTEPのG_Aが、予測できる。

$$u_{A\sim B} = F_{A\sim B} + G_{A\sim B} \quad ①.①'$$

$$u_{\bar{A}} = FEM(u_A, u_{t=T-\Delta T}, u_{t=T-2\Delta T}, \cdots) \quad ②$$

$$F_B = function(F_{A,t=T-\Delta T},\ F_{B,t=T-\Delta T}) \quad ③$$

$$G_A = function(G_{A,T=T-\Delta T},\ G_{B,T=T-\Delta T}) \quad ③'$$

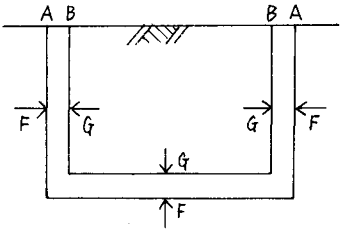


図 1

F_Aは入力で既知であるから、以上の5個の方程式より、未知数F_B、G_A、G_B、u_A、$u_{\bar{A}}$(u_Bを含む)が、全て求められる。　1 STEP進める手順を以下に示す。

(a) 入力F_Aを各点ごとに、位相遅れなどを考慮に計算する。　側面では重複反射の計算による値を入力。

(b) ③'、③より、G_A、F_Bを予測する。

(c) F_A、G_Aより、①式でu_Aが求まる。

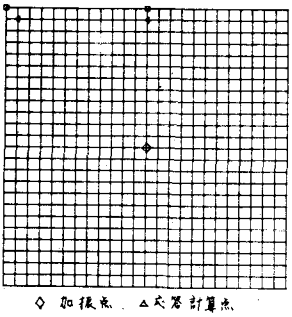
(d) u_A及び、$u_{T=T-\Delta T}$、$u_{T=T-2\Delta T}$、…… よりFEM計算(②式)で、$u_{\bar{A}}$(u_Bを含)が求まる。

(e) u_B及び、F_BよりG_Bが求まる。(①'式)

以上の方法で、キーポイントは、(b)の境界変位予測法である。

3. 境界変位予測手法　　図2は無限体中の一点を加振したときの波動の拡散を調べるために、加振点を中心とした領域を取り出したものである。　領域内の点の変位は中心差分を使って計算できるが、境界上の点は、後退差分を利用しなければならない。　図3に最も簡単な差分に必要な点を示した。　このようにして計算したとき、境界で、波が消えるかを調べてみた。

図2の▲点での応答を、図4-aに示してあるが、この方法では、波が消えないことが伺われる。



◇ 加振点、▲応答計算点

図 2

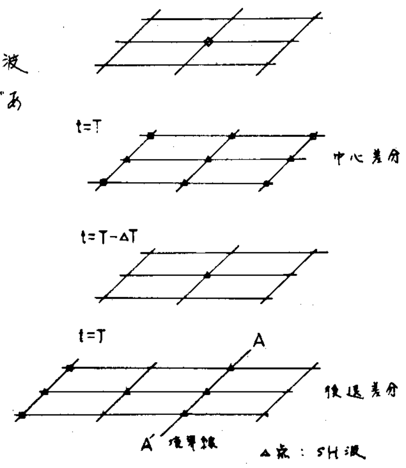
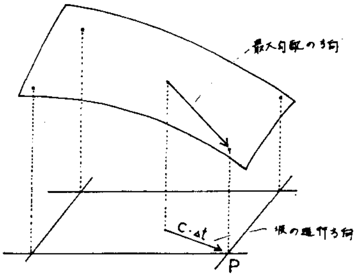


図 3

これに対して、波動による変位を一つのメッシュ程度の大きさでは線型変化に近似できる、即ち図5で、変位を波動の進行面と垂直に表わしたものの変位面は、平面で近似でき、波動の進行方向は、変位の変化量の最大の方向と一致し、P点の次のSTEPの変位は、進行方向と逆方向の（波速）×（STEP間隔）の距離にある点の変位だとしたときの結果を図4・bに示す。



変位曲面の微小部分を平面で近似する
最大勾配の方向＝波の進行方向

図 5

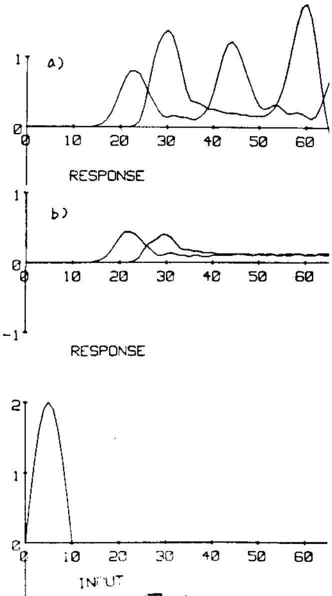


図 4

この仮定では後退差分法よりよい結果が得られた。　しかるに、二方向からの波に対しては正確でなく、一種の境界処理法と考えられたい。　ここで、両者の比較をしてみる。

後退差分法　1. 精度の高い差分法でなければならない。
　　2. 最も簡単な差分ですら境界を3重にしなければならない。
　　3. メッシュ形状が正方形か長方形でなければならない。

平面近似法　1. 波長が短いと乱れが生じ、波長が長いと残留変位がある。
　　2. 境界は2重でよく、形状(メッシュ)は問わない。

以上のことにより、メッシュの大きさと波長を適当に管理して、平面近似法でシミュレーションを行なった。

4. シミレーションの結果

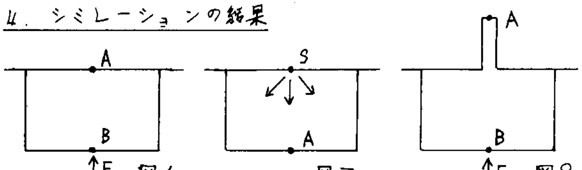


図6　図7　図8

図6のような地形のところでは、A点の応答が理論的に求まり、シミレーション結果の参考にした。(図9・a) 残留変位などがあるが、理論値に近いものである。　地表に構造物があるときなどは、そこで乱反射が生じる。　これはそこで、新たに波ができることであるから、図7のように、地表を加振したときに、波が消えなければならない。　この応答図は省略したが、A点での応答は、振動しながら消えていった。　図8のような構造物(壁のようなもの)の先端部での応答を図9・bに示す。　なお、図6と図9は真下から波動が伝わってきたと想定している。

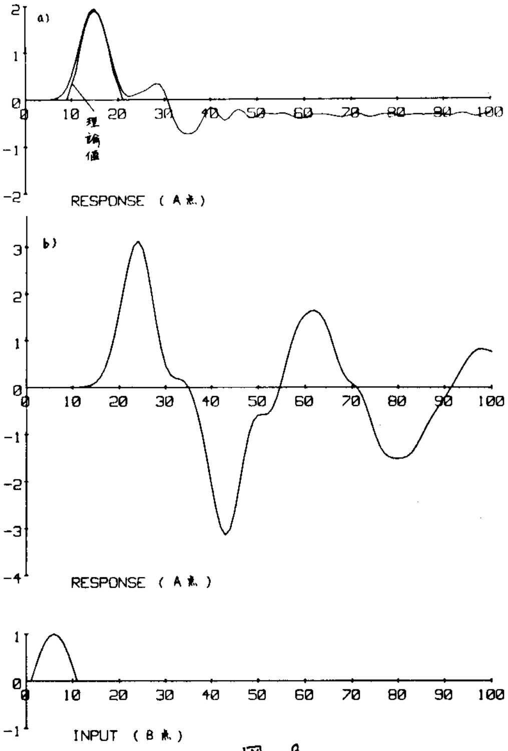


図 9

5. まとめ

全ての振動に固定端というものはなく、固定している側も振動しているはずだ。　ただ、程度の違いで、地盤のようなものには、この手法は、非常に有効だという展望が得られた。　今後、SV波とP波にも拡大し、かつ、簡単で精度の高い後退差分を見つけたい。

参考文献　弾性波動論(佐藤泰夫)、マトリックス有限要素法(デザイ、アベル)