

新日本製鉄(株) 正員 今野 信一
 北海道大学工学部 正員 渡辺 昇
 北海道大学工学部 正員 林 川 俊郎

1. まえがき

本研究は、慣性力を持った単一質点荷重が一定速度で多径間連続桁上を走行する場合の振動について、支持点を弾性支持点と考へて、モーダル解析を行なうものである。解析にあたり、弾性支持点の変位、変位角および荷重載荷点の橋面変位の加速度に関して、桁・質点・弾性支持点の連成振動問題として、動的特性の検討を行なってみた。

2. 理論の概要

桁の動たわみを $W(x, t)$ であらわし、第 k 次固有関数(モード)、一般座標をそれぞれ $\varphi_k(x)$, $Q_k(t)$ とすると $W(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x) \cdot Q_k(t)$ が成り立つ。また固有関数は次式で与えられる。

$$\varphi_k(x) = \varphi_{ki}(x_i) = A_{ki} \cos \beta_{ki} x_i + B_{ki} \sin \beta_{ki} x_i + C_{ki} \cosh \beta_{ki} x_i + D_{ki} \sinh \beta_{ki} x_i \quad (1)$$

ここで、添字 i は径間番号を意味するが、一般に全体座標 x により径間は定義されるので適宜、省略する。 λ_{ki} を固有値とすると、 $\beta_{ki} = \lambda_{ki} / l_i$ となる。固有値および積分定数 $A_{ki} \sim D_{ki}$ は「伝達マトリックス法」、「剛性マトリックス法」により求められる。固有関数は直交性を有し、境界条件を満足する。 ρ , EI , l はそれぞれ桁の単位長さあたりの質量、曲げ剛性、スパン長である。

次に図-1 の解析モデルの基礎微分方程式は、Lagrange の運動方程式により次式で示される。ここで、質点重心位置の変位 $Z(t)$ は橋面の鉛直変位に等しいものとする。すなわち、 $Z_r(x_v)$ を路面凹凸量とする。

$$Z(t) = W(x_v, t) + Z_r(x_v) \quad (2)$$

$$\ddot{Q}_k(t) + 2n_k \dot{Q}_k(t) + \omega_k^2 Q_k(t) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} Q_j(t) \cdot \kappa_{jk} + \frac{M}{N_k} \varphi_k(x_v) \cdot \sum_{j=1}^{\infty} \ddot{Q}_j(t) \cdot \varphi_j(x_v) = \frac{M}{N_k} \{g - \ddot{Z}_r(x_v)\} \cdot \varphi_k(x_v) \quad (3)$$

ここで、 $2n_k = \frac{\int_0^L \rho \cdot \varphi_k^2(x) dx}{\int_0^L \rho \cdot \varphi_k^2(x) dx}$, $\omega_k^2 = \frac{\int_0^L EI \{\varphi_k''(x)\}^2 dx}{\int_0^L \rho \cdot \varphi_k^2(x) dx} = \left(\frac{EI}{\rho_i}\right) \beta_{ki}^4$, $N_k^2 = \int_0^L \rho \cdot \varphi_k^2(x) dx$

$$\kappa_{jk} = \sum_{i=1}^m \left\{ k_i \varphi_j(x_i) \varphi_k(x_i) + K_i \varphi_j'(x_i) \varphi_k'(x_i) \right\}, \quad L = \text{全橋長}, \quad (\dot{X} = \frac{dX}{dt}, \quad X' = \frac{dX}{dx})$$

c, n = 桁の粘性減衰定数, ω_k = 桁の非減衰固有振動数, m = バネ支点数, g = 重力加速度

本解析において、 N 次まで考える場合は、変数係数をもつ N 元連立二階常微分方程式を解くことになり、初期値問題として Runge-kutta-Gill 法によって解を求める。式(3)をマトリックス表示すると以下ようになる。

$$[I \ M] \{\ddot{Q}(t)\} + [C \ D] \{\dot{Q}(t)\} + [E \ K] \{Q(t)\} = \{M \ V\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \{\dot{Q}(t)\} &= \{R(t)\} \\ \{\dot{R}(t)\} &= [I \ M]^{-1} \left\{ -[C \ D] \{R(t)\} - [E \ K] \{Q(t)\} + \{M \ V\} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

初期条件: $Q_k(t=0) = 0$, $\dot{Q}_k(t=0) = 0$, つまり、 $t=0$ で桁は静止しているものとする。

ここに、

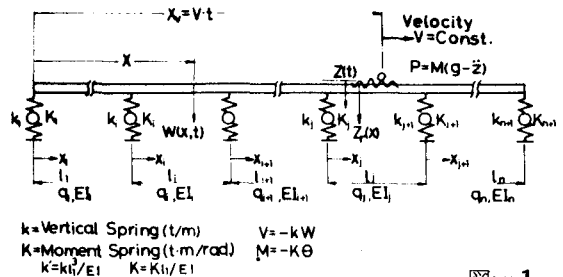


図-1

$$IM_{kj} = \begin{cases} \frac{M}{N_k^2} \phi_k^2(x_v) \phi_j(x_v) \\ 1 + \frac{M}{N_k^2} \phi_k^2(x_v) \end{cases}, CD_{kj} = \begin{cases} 0 \\ 2n \end{cases}, EK_{kj} = \begin{cases} \frac{\kappa_{kj}}{N_k^2} \dots (k \neq j) \\ \frac{\kappa_{kk}}{N_k^2} + \frac{\kappa_{kk}}{N_k^2} \dots (k=j) \end{cases}, MV_j = \frac{M}{N_j^2} \left\{ \ddot{x} - \ddot{z}_r(x_v) \right\} \phi_j(x_v)$$

3. 数値解析例およびあとがき

次数によらず桁の粘性減衰係数は一定とし、対数減衰率 δ ($n = \delta \omega_1 / 2\pi$) で、値を与えている。路面不規則凹凸は、次のようなサンプル関数を用いた。それに対する桁の応答は、シミュレーション法により求めた。

$$Z_r(x_v) = \sum_{k=1}^N (a_k \cos \omega_k x + b_k \sin \omega_k x) \quad (6)$$

a_k, b_k ... 平均値 0, 標準偏差 σ_k のガウス確率変数

$S_r(\omega)$... 路面凹凸のパワースペクトル密度 [$\text{cm}^2 / (\text{cyc} \cdot \text{le} / \text{m})$]

ω ... 路面凹凸の周波数 [$\text{cyc} \cdot \text{le} \cdot \text{rad} / \text{m}$]

$\sigma_k^2 = S_r(\omega_k) \cdot \Delta \omega / \pi$, $\omega_k = \omega_l + (k-1/2) \cdot \Delta \omega$

$$S_r(\omega) = \begin{cases} S_0 & : |\omega| < \omega_c \quad (\omega_c = 0.02\pi) \\ 4\pi^2 a / \omega^2 & : \omega_c \leq |\omega| \leq \omega_u \\ 0 & : \omega_u < |\omega| \end{cases} \quad (7)$$

a ... 路面の良否による定数 [cm^2 / m]

着目点を各径間中央点とし、動たわみ、動的増加率 D.A.F を次の 4 種の場合で考え、かつ種々条件を変えて求めてみた。

CASE. 1: 厳密にパネ、質点慣性力の連成を考慮する。

CASE. 2: パネの連成を無視し、質点慣性力の連成を考慮する。

CASE. 3: 質点慣性力の連成を無視し、パネの連成を考慮する。

CASE. 4: パネ、質点慣性力を無視する。

以上の解析結果より、質点慣性力は速度とともに動的応答の最大値を大きくさせることがわかる。また、速度パラメーター θ が 0.0~0.5 の範囲において、桁の減衰は動的応答の最大値にあまり影響がないと考えられる。パネの連成作用は常に D.A.F. を減少させる傾向があり、低速ではこの効果が大きくあらわれる。基本的な問題として、単一質点を考えたが、実際は車両にもパネ、ダンパー

図-5

があり、本解析の結果は動的応答値を大きく見積ったことになるが、安全側と評価できる。本解法によれば、より実際の解析が可能であると考えられる。

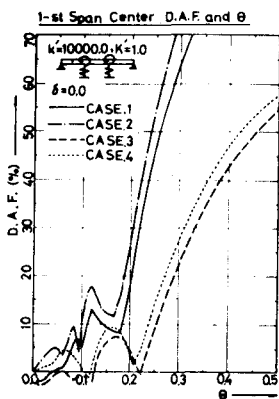


図-6

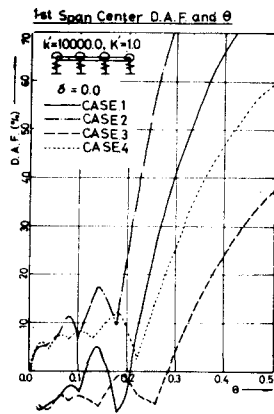


表-1

スパン長: $l_1 = l_2 = l_3 = 40 \text{ m}$
 曲げ剛性: $EI_1 = EI_2 = EI_3 = 3.4 \times 10^6 \text{ t}\cdot\text{m}^2$
 桁単位質量: $q_1 = q_2 = q_3 = 8.5 \text{ t}$
 パネ定数: $k = 53.125 \times 10^4 \text{ t/m}$
 無次元化して、 $K = 10000.0, k = 1.0$
 *ラメン係数: 鋼材: $b = 10 \text{ m}$
 剛性: $EA = 3.3 \times 10^5 \text{ t}$, $EI = 0.85 \times 10^6 \text{ t}\cdot\text{m}^2$

図-7

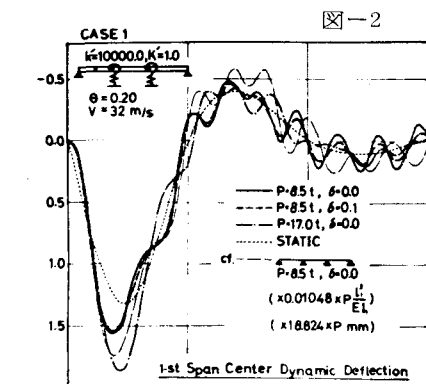
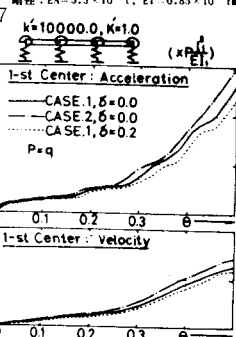


図-3

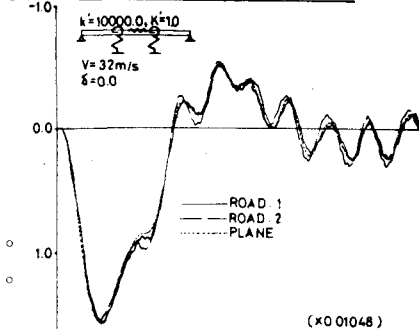


図-4

