

九州大学工学部 学生員 島谷幸宏

" " 学生員 坂元雅信

" " 正会員 彦坂 照

1. 緒言

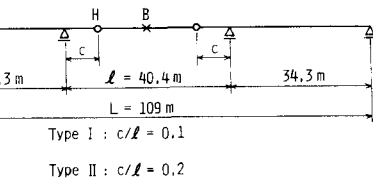
現行道路橋示方書においては、鋼ゲルバー桁橋の衝撃係数を $\gamma = 20/(50 + L)$ により求めるための支間 L として荷重状態によって異なる5種の値を規定しているが、その根拠は必ずしも明確でないように思われる。本研究は、ゲルバー桁橋の橋面の不規則凹凸を考慮して、走行車両に対する非定常ランダム応答解析を行い、動たわみおよび断面力の性状を調べたものである。たわみ応答の分散・共分散はマルコフベクトル法により求め、断面力の算定には差分法を用いた。

2. 3径間ゲルバー桁橋の自由振動性状

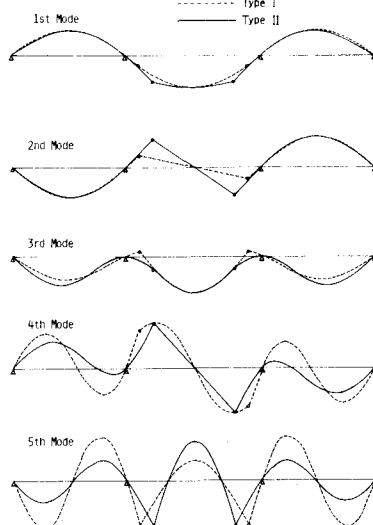
本論では、図-1の3径間等断面ゲルバー桁橋(曲げ剛性 $EI = 15.8 \times 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{cm}^2$, 単位重量 $w = 5.96 \text{ t/m}$)を対象として応答解析を行う。片持径間と中央径間との比を $c/L = 0.1$ (Type I) および $c/L = 0.2$ (Type II) と変えた2つのタイプの橋梁について、四-1で、集中質量法により求めた1~5次の固有振動数と振動モードは表-1および図-2の通りである。後の応答解析に際し、減衰定数は各次数とも0.01とする。

表-1 ゲルバー桁橋の固有振動数 (Hz)

タイプ	次数	1次	2次	3次	4次	5次
Type I		1.85	2.09	2.62	6.84	7.92
Type II		1.62	1.90	3.40	4.76	7.64



四-1 3径間ゲルバー桁橋



四-2 固有振動モード

3. 橋梁-車両系の運動方程式とサンプル応答

図-3のように、車両を重量 P_0 、固有円振動数 ω_0 、減衰定数 h_0 の1自由度振動系にモデル化し、ばね上質量の鉛直変位を $Z(x)$ とする。橋梁の n 次固有振動モードを $\varphi_n(x)$ 、基準座標と $Q_n(t)$ とし、橋梁の動たわみ $Y(x,t)$ が次式で表わされるものとする。

$$Y(x,t) = \sum_n \varphi_n(x) Q_n(t) \quad (1)$$

車両の走行速度を v 、橋面の不規則凹凸を $\Delta(x)$ とし、式(1)の級数の第 r 項までを採れば、橋梁-車両系の運動は次の連立微分方程式で表わされる。

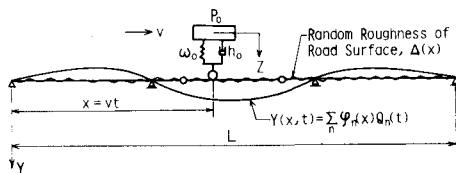
$$\left. \begin{aligned} \ddot{Q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{Q}_n + \omega_n^2 Q_n &= P_0 \varphi_n(x) (1 - \ddot{Z}/g) / M_n \\ (n=1, 2, \dots, r) \\ \ddot{Z} + 2\zeta_0 \omega_0 \dot{Z} + \omega_0^2 Z &= \ddot{Y}(x,t) + \Delta(x) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 ω_n , ζ_n , M_n は橋梁の n 次固有円振動数、減衰定数、換算質量、 g は重力の加速度。上式の $\Delta(x)$ は橋梁-車両系に対する、

平均値零の定常ランダム入力となり、既往の実測結果によれば、図-3 橋梁-車両系の解析モデル

そのパワースペクトル密度が円振動数 $\omega = 2\pi v \Omega$ (Ω は路面単位長当りの凹凸波数) の関数として次式で表わされる。

$$S_\Delta(\omega) = \frac{2\pi v \Omega}{\omega^4 + \alpha^2} \quad (3)$$



ここに、 Q は路面の良否により異なる定数(本論の数値計算では $Q=0.00/\text{cm}^2/\text{m}$ を用いる)、 α は $\omega \rightarrow 0$ のとき $S_d(\omega)$ が発散しないよう導入される小さな定数。

式(3)の $S_d(\omega)$ が与えられれば、コンピュータシミュレーションにより路面のサンプル関数 $\Delta(x)$ を得ることができ、これを式(2)に用いて橋梁のサンプル応答が求められる。図-4は、本解析で用いる標準車両($P_0=20\text{トン}$, $f_0=\omega/2\pi=2.2\text{Hz}$, $h_0=0.03$, $v=40\text{km/h}$)に対するゲルバー桁橋(Type I)の着目点A(定着桁中点), H(ヒンジ点), B(吊桁中点)の動たわみを静たわみとともに示したものである。図中の破線は、車両に零初期条件を与えた橋梁が平滑な場合の動たわみ、すなわちたわみ応答の平均値 $E[Y(x,t)] = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(x) E[Q_n(t)]$ を示す。

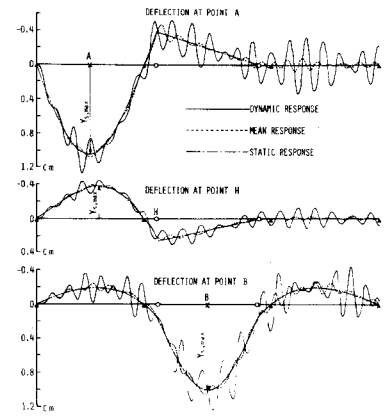


図-4 ゲルバー桁橋(Type I)のたわみ応答

4. たわみおよび断面力応答の分散

橋梁-車両系の応答 $Q_n(x)$ および $Z(x)$ の平均値からの偏差はそれぞれ次式で表わされる。

$$g_n = Q_n - E[Q_n] \quad (n=1, 2, \dots, r), \quad z = Z - E[Z] \quad (4)$$

このとき、橋梁のたわみ応答および曲げモーメント応答の分散 $\sigma_g^2(x,t)$, $\sigma_m^2(x,t)$ は次式で算出される。

$$\sigma_g^2(x,t) = E[\{Y(x,t) - E[Y(x,t)]\}^2] = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_n(x) \varphi_m(x) E[g_n g_m] \quad (5)_a$$

$$\sigma_m^2(x,t) = E[\{EI \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} - E[EI \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}]\}^2] = (EI)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n''(x) \varphi_n''(x) E[g_n g_n] \quad (5)_b$$

式(5)_bの $\varphi(x)$ の代わりに $\varphi''(x)$ を用いれば、せん断力応答の分散が求められる。上式の $E[g_n g_m]$ は、応答の時間領域でのフーリエ級数展開を利用する未定係数法¹⁾, または白色雑音入力を受ける橋梁-車両-路面系の応答変位と応答速度のランダムベクトル $u = \{g_1, g_2, \dots, g_r, \dot{g}_1, \dot{g}_2, \dots, \dot{g}_r\}^T$ がマルコフベクトルを形成することに基づき、共分散行列 $E[u u^T]$ に関する微分方程式を導いてそれを数値解析するマルコフベクトル法^{2,3)}により求められ、本解析では後者を用いた。

表-2 たわみ、曲げモーメントの増幅率

点	傾角 9.17°	Type I	Type II
A	$\sigma_{g, \max}/Y_{s, \max}$	0.161	0.162
	$\sigma_{m, \max}/M_{s, \max}$	0.132	0.130
B	$\sigma_{g, \max}/Y_{s, \max}$	0.174	0.140
	$\sigma_{m, \max}/M_{s, \max}$	0.147	0.074

算例として、Type I, IIの各着目点のたわみ応答標準偏差 σ_g の時間的変化を図-5に、また曲げモーメント応答標準偏差 σ_m の時間的変化を図-6に示す。式(5)_bの $\varphi(x)$ は、1スパンの10等分点を差分点とする差分式により固有モード $\varphi(x)$ から算出した。表-2は、着目点A, Bの σ_g と σ_m の最大値をそれぞれ静たわみ Y_s , 静的曲げモーメント M_s の最大値で除して求めた動的増幅率を比較したものである。

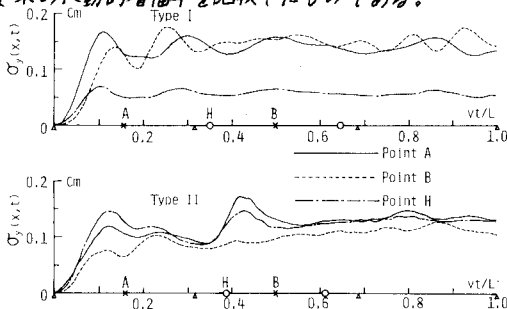


図-5 各着目点のたわみ応答標準偏差

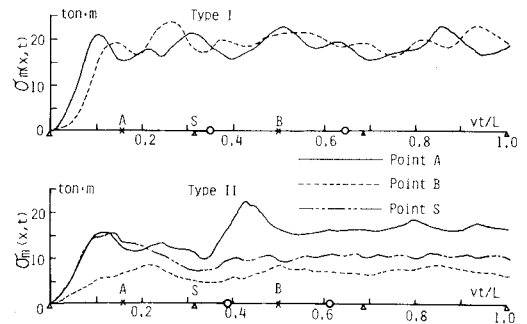


図-6 各着目点の曲げモーメント応答標準偏差

【参考文献】1) 吉村・彦坂・内容: 工学会論文報告集, No. 258, (1977). 2) F.Y.M. Wan: J. Appl. Mech., Vol. 40, No. 2 (1973). 3) 岡村: 工学会第32回年次学術講演会概要集, (1977).