

秋田大学 学生員 ○ 唐沢 洋司
 秋田大学 正 員 椋農 知徳
 秋田大学 正 員 薄木 征三

1. まえがき 古典曲げ理論あるいは従来の曲げねじり理論では、弾性波は短波長において無限の位相速度で伝播する。これらの欠点は、曲げ波動については 回転慣性とせん断変形を考慮した Timoshenko ばり、曲げねじり波動については 薄肉開断面ばりに同じ考え方を適用した Aggarwal & Cranch の理論¹⁾ にあて改良された。

本理論も基本的には同じ考え方をするが、せん断ひずみ分布に平均せん断ひずみを仮定せず、せん断による変形を考慮した非線形せん断ひずみ分布を有するせん断変形を考慮したばり理論を動的な場合に拡張したものである。

本論文は、Timoshenko ばり、Aggarwal & Cranch の理論 さらに断面変形を考慮した理論²⁾ と本理論との比較を示したものである。

2. 理論の概要 せん断変形を考慮した薄肉部材の理論³⁾ から変位場が次のように求められた。

$$\bar{U} = u - y \cdot \varphi, \quad \bar{V} = v - x \cdot \varphi, \quad \bar{W} = x \cdot u' - y \cdot v' - \omega \cdot \varphi' + \frac{E}{G} (B_x U + B_y V + B_\omega \omega) \quad (1)$$

従って ひずみ成分は

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \bar{W}' - x \cdot u'' - y \cdot v'' - \omega \cdot \varphi'' + \frac{E}{G} (B_x U' + B_y V' + B_\omega \omega') \\ \gamma_{yz} &= \theta \cdot \varphi' + \frac{E}{G} (S_x U + S_y V + S_\omega \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

となる。

微小変形に対する部材のひずみエネルギー、部材の運動エネルギー、外力のポテンシャルエネルギー をそれぞれ π_s, π_k, π_{ex} とすると、薄肉断面部材の運動方程式は、Hamilton の原理から次のように与えられる。

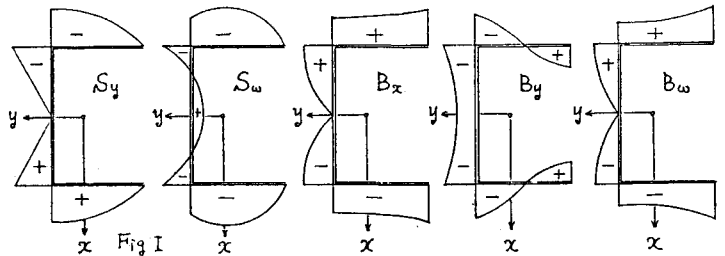
$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\pi_s - \pi_k + \pi_{ex}) dt = 0 \quad (3)$$

変分法により t_1 と t_2 において仮想変位(変分)が零となるように定めると、その結果 Euler-Lagrange の式及び部材両端の境界条件がそれぞれ誘導される。さらに外荷重を受けない無限長の一樣な断面部材を考え、位相速度 C 、波長 λ とする足方向の進行波を先に誘導された Euler-Lagrange の式に代入すると、各変位成分の振幅に関する連立方程式が得られる。これをマトリックス表示すると固有値問題となり、これを解いて波動分散曲線を求めた。

3. 数値計算例

式(1), (2)に現われる $S_x, S_y, S_\omega, B_x, B_y, B_\omega$ は、新しい座標であると考えることができ、これを有限断面部材について示すと右図のようになる。

又、足方向への進行波として表わされた各変位成分は、次のようになる。

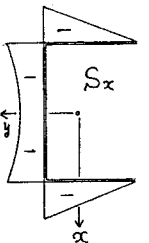


$$U = \tilde{U} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \quad V = \tilde{V} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \quad W = \tilde{W} \cdot \cos \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct)$$

$$\varphi = \tilde{\varphi} \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \quad \psi = \tilde{\psi} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct) \quad \omega = \tilde{\omega} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct)$$

$$\omega = \tilde{\omega} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (z - ct)$$

ここで、 $\tilde{U}, \tilde{V}, \tilde{W}, \tilde{\varphi}, \tilde{\psi}, \tilde{\omega}$ は、振幅を示す。



以上の諸量によって自由振動弾性波の位相速度分散曲線は、次のようになる。

$$\{ [A] - \left(\frac{c}{c_s}\right) [B] \} \{ \delta \} = 0, \quad \{ \delta \} = \{ \tilde{w}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{\phi}, \tilde{\psi}, \tilde{\chi} \}^T$$

ここでマトリックス[A],[B]の要素は波長 λ , Fig I に従って積分することによって得られる断面諸量から成る。ここで部材横断面の代表的な寸法をHとし波長も無次元化し H/λ とし λ を横軸にとり、せん断波速度 $c_s = \sqrt{G/P}$ を用いて位相速度Cを無次元化し、 C/c_s とし λ を縦軸にとる。

以下に2,3の数値計算例を示す。

断面形

$$b/H = 1$$

$$T_f/T_w = 1$$

$$T_f/H = 1/30$$

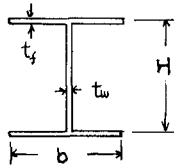


Fig II Phase velocities of Torsional waves.

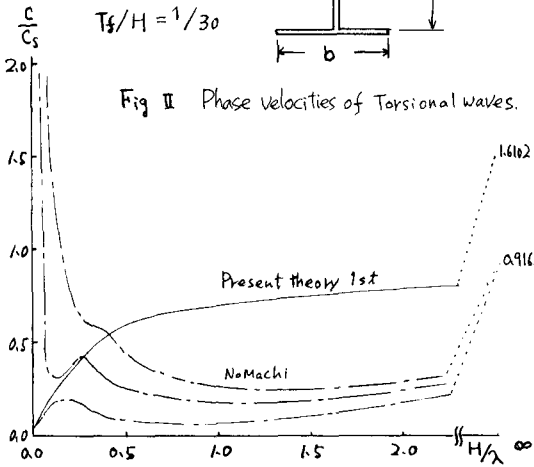


Fig II は、わじり波動分散曲線である。実線は本理論によるものであり、一点鎖線は能野らによる理論による。短波長において値が異なるのは、断面変形を考慮するか否かによる差であると思われる。Fig III は、曲げ波動分散曲線である。本理論による実線であり、一点鎖線は Timoshenko の理論によるものであり、点線は Rayleigh による。本理論による短波長での値はいずれも 1.6102 である。Fig IV は、わじり波動分散曲線である。実線は本理論による。点線は Aggarwal によるものであり、一点鎖線は曲げわじり理論、二点鎖線は St. Venant のわじりである。参考文献

1) Aggarwal, Granich; A Theory of Torsional and Coupled Bending, Torsional Waves in Thin-Walled Open Section Beams. 2) 能野ら: 薄肉 H 形はりの弾性波の位相速度について。土木学会論文報告集 244 号, 中村; 断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析 土木学会論文報告集 223 号 深沢; 薄肉はりの曲げわじり振動波の伝播について。土木学会年次講演会概要集 1973 年 3) 榎根ら: 薄肉直線形せん断変形解析 土木学会 31 周年次講演会 概要集。

Fig III Phase velocities of bending waves

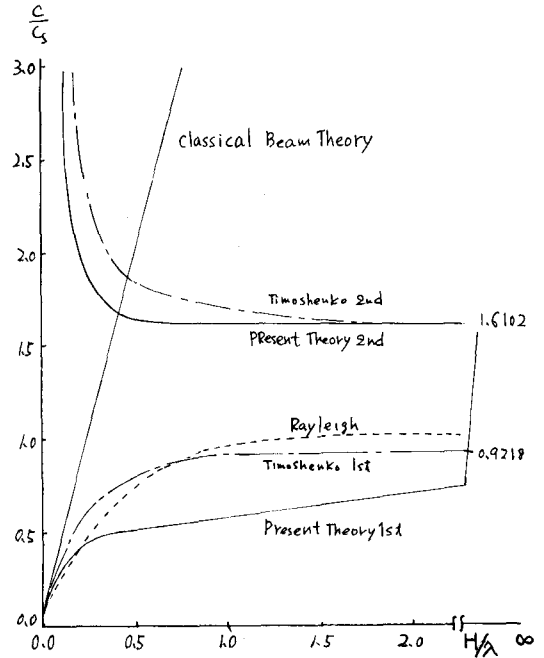


Fig IV Phase velocities of torsional waves.

