

愛知県 ○正員 川崎 昭弘
名古屋工業大学 正員 松浦 聖
名古屋工業大学 学生員 高瀬 陽太郎

まなび 本報告はサンドイッチ断面構造の梁、ラーメン構造の自由振動 および分布荷重による振動挙動を解析したものである。解析には有限要素解析^(1,2)の手法を用いている。サンドイッチ構造とその変形の解析では上下表板の厚さは等しくその材料特性も同じで、表板、心材はともに均質等直性で、各層間は完全に接合されていると仮定している。

1. 変位と歪-変位および応力-歪関係 サンドイッチ断面の構成および変形は図-1に示し、変形にはタワミ、水平変位、心材のせん断変形、表板のせん断変形を考慮する。これによって変位が表示でき、さらに変形と歪成分の関係は、線形と非線形成分の和で示された歪を、層の中央面での歪と曲率で表わすと次式(1)のように表示できる³⁾。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} e_{xx} \\ 2e_{xz} \end{Bmatrix}_k + \begin{Bmatrix} \eta_{xx} \\ 2\eta_{xz} \end{Bmatrix}_k = \begin{Bmatrix} e_{xx}^0 \\ 2e_{xz}^0 \end{Bmatrix} + \zeta_k \begin{Bmatrix} \kappa_{xx}^0 \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \eta_{xx}^0 \\ 2\eta_{xz}^0 \end{Bmatrix} + \zeta_k \begin{Bmatrix} \kappa_{xx}^2 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで κ : 各層の指標 ζ : 各層の中央面から任意点までの距離
歪と変位関係は心材および表板に対して 各々式(2)(3)で示される。

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix}_c = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} \\ \gamma_c \end{Bmatrix} + \zeta_c \begin{Bmatrix} -\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{d\theta}{dx} \\ 0 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \\ (-\frac{dw}{dx} + \gamma_c) \frac{du}{dx} \end{Bmatrix} + \zeta_c \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix}_f = \begin{Bmatrix} \frac{du}{dx} + \frac{d}{2} \left(-\frac{d^2w}{dx^2} + \gamma_f \frac{d\theta}{dx} + \gamma_f \frac{d\theta}{dx} \right) \\ \gamma_f \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \\ (-\frac{dw}{dx} + \gamma_f) \frac{du}{dx} \end{Bmatrix} + \zeta_f \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3)$$

応力と歪の関係式および各層の合成力

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} E_k & 0 \\ 0 & G_k \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{xz} \end{Bmatrix}_k \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xx} \zeta_k \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} d\zeta_k \quad (5)$$

2. 有限要素解析 サンドイッチ断面梁要素を図-2に示す。

各節点における自由度は、タワミ w 、水平変形 u 、タワミ角 θ 、心材のせん断変形 γ_c 、表板のせん断変形 γ_f の5個である。形状関数として u 、 γ_c 、 γ_f については一次関数を用い、 w については三次関数を考慮したものと、次の表示が得られる。

$$\{w, u, \gamma_c, \gamma_f\} = \{q_0, q_u, q_{\gamma_c}, q_{\gamma_f}\}^T \{w_1, \theta_1, u_1, \gamma_{c1}, \gamma_{f1}, q_2, \theta_2, u_2, \gamma_{c2}, \gamma_{f2}\} \quad (6)$$

よって変位関係式と式(2)、(3)および式(6)より要素の質量マトリックス $[m]$ と、線形剛性マトリックス $[K]$ と幾何学的非線形剛性マトリックス $[K_G]$ の和となる剛性マトリックス $[K]$ が得られる。

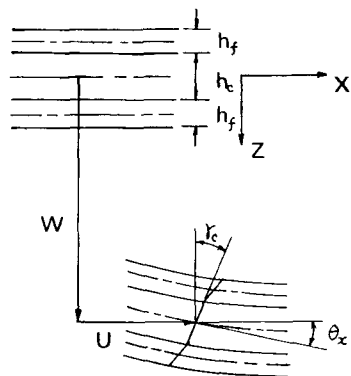
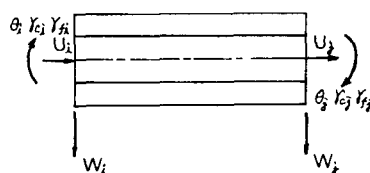


図-1 サンドイッチ梁の変形



サンドイッチ梁要素の節点変位

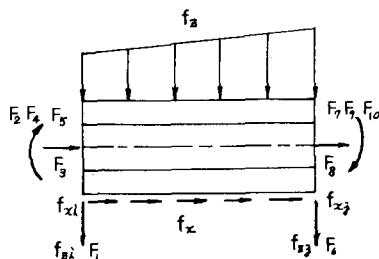


図-2 節点力と分布荷重

3. 数値計算例および考察 サンドイッチ構造として 表板にアルミニウム合金、心材にアルミニウムハニコムを用い、その材料定数は $G_c/G_f = 9/770$, $\gamma_c/\gamma_f = 1/37.5$ また心材のヤング率は「零」を標準として計算を行った。固有振動数計算は 剛性マトリックスおよび質量マトリックスより振動数方程式を解きその結果を図-3、図-4に示す。断面は全厚を一定として心材割合を変化させ表材のみから成る均一材料梁と比較検討を試みた。なお図-3では全梁長 $L=10m$ の両端固定梁の分割数、心材厚による振動数の変化、図-4ではラーメンの場合の計算結果を λ の値で示した。ただし振動数は $\frac{\lambda}{2\pi L} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$ で表わされる。ここで添字の f は表板、 c は心材を示し、 g は重力加速度 E はヤング率 I は断面二次モーメント A は断面積である。

図-5は心材のせん断剛性を变化させた両端固定梁の計算値を 白丸は心材の割合が全厚の $1/6$ 黒丸は $5/6$ の場合を示してある。また、図-6は分布荷重による振動挙動の解析計算を行った結果を示している。分布荷重は、 $0.1 kg/cm$ の初期載荷の後、さらに $0.14 kg/cm$ の分布荷重を再載荷した時の解析を幾何学的非線形の範囲で計算を行っている。図中の破線は表材のみの場合による均一材料梁の値で、固有振動数計算と同様、両端固定の境界条件とした⁴⁾。梁の場合、固有振動数、強制振動とも均一材料梁の値にほぼ良い状態で収束していると思われる。

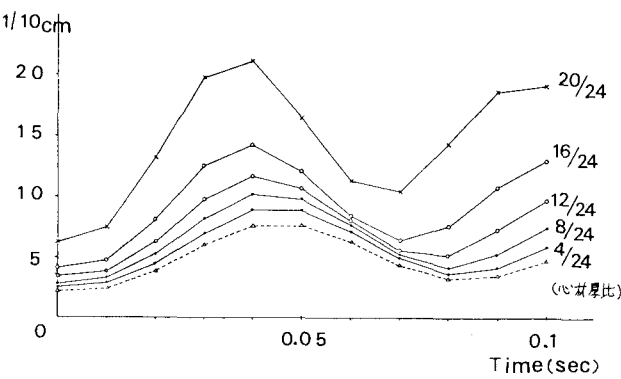


図-6 心材厚比と変位関係

参考文献 1) 川井忠彦「マトリックス法振動および応答」
 2) O.C. Zienkiewicz, Y.K. Cheng「マトリックス有限要素法」
 3) 木全隆, 中山元「サンドイッチ構造の解析」
 土木学会第32回年次学術講演会講演概要集
 4) Klaus-Jürgen Bathe Edward L. Wilson Robert H. Iding
 NONSAP A. Structural Analysis Program For Static and Dynamic Response of Nonlinear Systems.

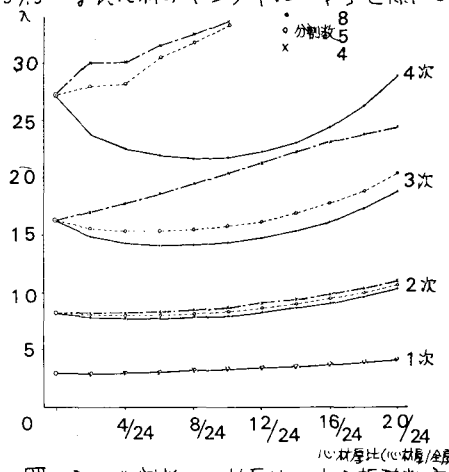


図-3 分割数、心材厚比による振動数変化

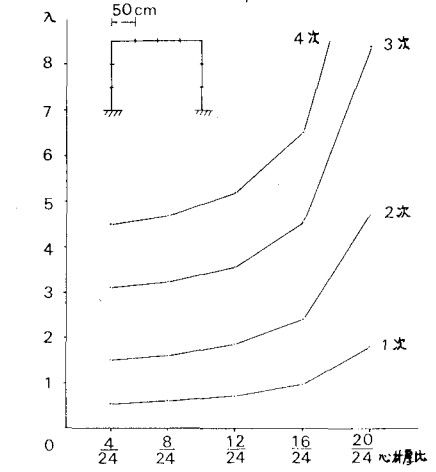


図-4 ラーメンの振動数変化

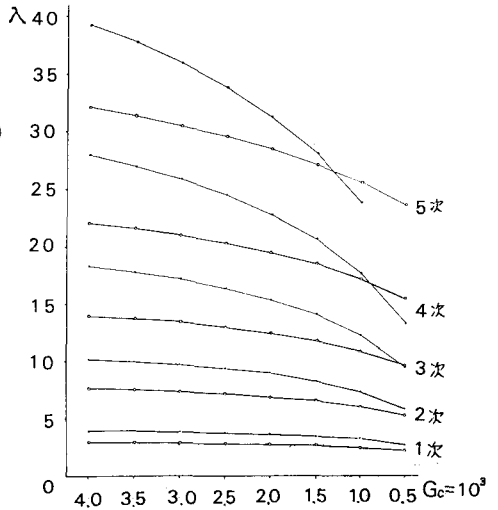


図-5 心材せん断剛性による振動数変化