

九州大学 工学部 正員 小坪 清真  
 九州工業大学 正員 高西 照彦  
 新日本製鐵 正員 尾島 啓介

1. まえがき 群杭が横方向水平荷重を受けた時の挙動に関しては、今日までに理論的・実験的研究が種々行なわれてきている。著者らは前論<sup>\*</sup>において、上層地盤中に根入れされた単杭が、その杭頭に水平荷重を受けた時の杭及び周辺地盤の変形を表わす解析解を利用して、群杭がその杭頭に水平荷重を受けた時の各杭の変形曲線を表わす解析解を誘導し、群杭の横方向群杭効果及び各杭の荷重分担率を求めた。しかし、この解析法では、杭がその上端でフーチングと剛結され、下端で基盤とヒンジ結合されていて場合しか取扱われていない。一般に杭基礎構造物は、必不可少して上端がフーチングと剛結されているとはかぎらず、また杭下端が基盤とヒンジ結合されていてとは言えない場合がある。そこで本論では、杭の弾性変形を支配する微分方程式の一般解を用いることによって（前論ではその特解のみを用いていた）、各杭の上下端が種々の拘束条件を有する杭基礎構造物に対する横方向群杭効果を求める解析法を示し、杭の上下端の拘束条件、杭本数、杭長、杭径、地盤の剛性等のパラメータをいろいろ変えた場合について数値計算を行って、群杭効果に及ぼす各種のパラメーターの影響を明らかにした。

2. 解析理論 2.1 解析上の仮定 (i) 杭は弾性体とし、鉛直で、その下端は基盤に支持されている。杭断面は円形である。(ii) 地盤は单一の弾性表層と基盤とから成っている。(iii) 表層地盤における上下変位は水平変位に比べて小さいとしてこれを無視する。また、基盤との境界面においては変位は0、両者の間にはスリップ<sup>†</sup>は生じない。(iv) 上層地盤と杭とは一体となって弾性変形をする。2.2 群杭の場合の地盤の変形曲線 群杭の場合には、単杭の場合と違つて、各杭は周辺地盤を介して相互に影響を及ぼし合うので、単杭の場合の地盤の変形曲線をそのまま杭本数だけ重ね合わせても、群杭の場合の真的変形曲線を表わすことはできない。そこで本論では、次式に示すように、単杭の場合の地盤の変形を表わす解析解に、未定係数を導入し、これを各杭についてすべて重ね合わせることによって、地盤中の任意点P（図-1参照）の変位を表わすこととした。*i*杭を基準にした場合の点Pの半径方向及び円周方向の変位は、各杭の半径を*a<sub>i</sub>*、未定係数を*A<sub>m</sub><sup>ix</sup>*、*B<sub>m</sub><sup>ix</sup>*等とすれば

$$\xi_P = \xi_{Pi} + \sum_{j \neq i} \xi_{Pj} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ U_m^{ix}(r_i) \cos \theta_i + U_m^{iy}(r_i) \sin \theta_i \} \sin \frac{m\pi z}{2H} + \sum_{j \neq i} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} [ \{ U_m^{ix}(r_j) \cos \theta_j + U_m^{iy}(r_j) \cdot \sin \theta_j \} \cos(\theta_j - \theta_i) - \{ U_m^{ix}(r_j) \sin \theta_j - U_m^{iy}(r_j) \cos \theta_j \} \sin(\theta_j - \theta_i) ] \sin \frac{m\pi z}{2H} \quad (1)$$

$$\xi_P = \xi_{Pi} + \sum_{j \neq i} \xi_{Pj} = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \{ U_m^{ix}(r_i) \sin \theta_i - U_m^{iy}(r_i) \cos \theta_i \} \sin \frac{m\pi z}{2H} + \sum_{j \neq i} \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} [ \{ U_m^{ix}(r_j) \cos \theta_j + U_m^{iy}(r_j) \cdot \sin \theta_j \} \sin(\theta_j - \theta_i) + \{ U_m^{ix}(r_j) \sin \theta_j - U_m^{iy}(r_j) \cos \theta_j \} \cos(\theta_j - \theta_i) ] \sin \frac{m\pi z}{2H} \quad (2)$$

上式において、右辺第1項は*i*杭自身の変形に基づく地盤変位を、第2項は*i*杭以外の杭の変形による地盤変位を表わしている。上式で、 $U_m^{ix}(r_i) = (1/\eta_{ri})[A_m^{ix}\{K_1(\eta_{ai}\eta_{ri}) + \eta_{ai}\eta_{ri}K_0(\eta_{ai}\eta_{ri})\} + B_m^{ix}K_1(\psi_{ai}\psi_{ri})]$

$$U_m^{ix}(r_i) = (1/\eta_{ri})[A_m^{ix}K_1(\eta_{ai}\eta_{ri}) + B_m^{ix}\{K_1(\psi_{ai}\psi_{ri}) + \psi_{ai}\psi_{ri}K_0(\psi_{ai}\psi_{ri})\}] \quad (3)$$

$$\eta_{ai} = \frac{m\pi}{2} \frac{a_i}{H}, \quad \eta_{ai} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \psi_{ai}, \quad \psi_{ri} = \eta_{ri} = r_i/a_i, \quad x=x, y, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (4)$$

ここで、Nは杭本数、νは上層地盤のボアソント比、Hは上層地盤の深さである。 $K_m()$ は第2種モード次の変形ベッセル関数を表わす。2.3 杭に働く土圧 上層地盤中の点Pにおける垂直及びせん断応力は、ラーメの

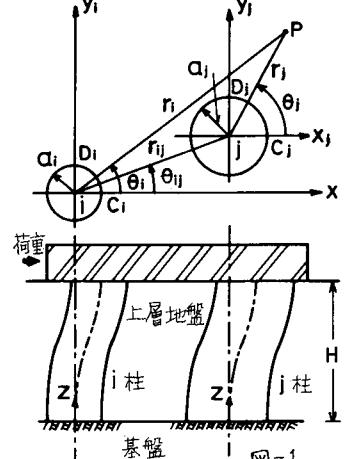


図-1

定数を入、 $M$ とすれば、式(1), (2)を用いて次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{pr} &= \lambda \left( \frac{\partial \sigma_p}{\partial r_i} + \frac{\sigma_p}{r_i} + \frac{1}{r_i} \frac{\partial \sigma_p}{\partial \theta_i} \right) + 2M \frac{\partial \sigma_p}{\partial r_i} \\ \tau_{pro} &= M \left( \frac{1}{r_i} \frac{\partial \sigma_p}{\partial \theta_i} + \frac{\partial \sigma_p}{\partial r_i} - \frac{\sigma_p}{r_i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

したがって、 $i$ 杭の単位長さ当たりに働く $x$ 及び $y$ 方向の土圧は

$$\left. \begin{aligned} p_i^x(z) &= \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_{pr} \cos \theta_i - \tau_{pro} \sin \theta_i] r_i = a_i a_i d\theta_i \\ p_i^y(z) &= \int_{-\pi}^{\pi} [\sigma_{pr} \sin \theta_i + \tau_{pro} \cos \theta_i] r_i = a_i a_i d\theta_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

によって与えられる。2.4 杭の変形曲線 群杭を構成する各杭の弾性変形を支配する微分方程式は、例えれば $i$ 杭についてその $x$ 方向変位を $\psi_i^x(z)$ とすれば

$$E_i I_i \frac{d^4}{dz^4} \{ \psi_i^x(z) \} = p_i^x(z) \quad \left. \begin{aligned} E_i I_i : &\text{ } i\text{杭の曲げ剛性} \\ p_i^x(z) : &\text{ } i\text{杭に働く土圧、式(7)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。 $y$ 方向変位についても同様な式が成り立つ。式(8)の一般解は

$$\psi_i^x(z) = \bar{A}_i^x z^3 + \bar{B}_i^x z^2 + \bar{C}_i^x z + \bar{D}_i^x + \sum_{m=1,3,5,\dots} Y_m^x \sin \frac{m\pi z}{2H} \quad (9)$$

と表わすことができる。ここに、 $\bar{A}_i^x$ ,  $Y_m^x$ 等は境界条件によって定まる未定係数である。2.5 群杭効果 群杭がその頭部に $x$ 方向水平荷重をうけて単位の

変位を生ずるとき、各杭の杭頭における $x$ および $y$ 方向の分担荷重を $Q_i^x$ ,  $Q_i^y$ とおく。一方、杭の上下端において群杭と全く等しい拘束条件を有する单杭が、杭頭水平荷重 $Q_{io}$ をうけて単位の水平変位を生ずるとき、群杭効果を  $E_N^x = \sum_{i=1}^N Q_i^x / \sum_{i=1}^N Q_{io}$  によって定義する。ここに、 $N$ は杭本数である。荷重分担率は

$$\nu_i^x = Q_i^x / \sum_{i=1}^N Q_i^x \quad (11) \quad \text{杭頭抵抗力の比は } f_i^{xx} = Q_i^x / Q_{io}, \quad f_i^{yy} = Q_i^y / Q_{io} \quad (12)$$

と表わせる。さて、 $Q_i^x$ ,  $Q_i^y$ は次に示す連立方程式を解いてこれを求めることができる。すなわち、群杭を構成する各杭の杭頭の連結を断ち、しかし杭頭における拘束条件はそのままにしておいて、 $i$ 杭の杭頭に $x$ 方向の単位水平荷重を加えたときの $i$ 杭の $x$ および $y$ 方向の杭頭水平変位を $\delta_{ji}^{xx}$ ,  $\delta_{ji}^{yy}$ とすれば

したがって、問題は変位の影響係数 $\delta_{ji}^{xx}$ 等を求めることが

に帰着される。2.6 境界条件  $\delta_{ji}^{xx}$ 等を求め

るには、式(1), (2), (7)~(9)を次に示す境界条件の下に解けばよい。(i) 各杭について、その杭周面上の各点

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}^{xx} \delta_{11}^{yy} \cdots \delta_{NN}^{xx} \delta_{NN}^{yy} & \left. \begin{aligned} Q_1^x \\ Q_1^y \end{aligned} \right\} = \left. \begin{aligned} 1 \\ 0 \end{aligned} \right\} \\ \delta_{11}^{yy} \delta_{11}^{xx} \cdots \delta_{NN}^{yy} \delta_{NN}^{xx} & \vdots \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \delta_{NN}^{xx} \delta_{NN}^{yy} \cdots \delta_{11}^{xx} \delta_{11}^{yy} & \left. \begin{aligned} Q_N^x \\ Q_N^y \end{aligned} \right\} = \left. \begin{aligned} 1 \\ 0 \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} = \quad (13)$$

の変位は、それに接する地盤の変位に等しくなければならぬ。しかし、この境界条件を厳密に満足するように、先に導入した未定係数を定めることは非常に煩雑である。そこで、本論では、各杭の中心点を代表点として選び、この点において地盤と杭との変位を等しくするという条件を採用することとした。(ii) 各杭の上下端における拘束条件を満足すること。すなわち、杭下端が固定の場合は変位と回転角が0, ヒンケの場合は変位とモーメントが0である。杭頭においては、例えれば $i$ 杭の杭頭に $x$ 方向単位水平荷重を加えた場合は、杭頭が固定のとき回転角=0, セン断力=0 ( $i$ 杭の $x$ 方向), =0 ( $i$ 杭の $y$ 方向及び $i$ 杭以外の杭), 杭頭がヒンケのときモーメント=0, セン断力については固定の場合と同じ。(iii) 杭は変位した後もその断面は円形を保つ。

3. 数値計算結果及び考察 本論の方法に従って、群杭の本数、地盤の深さと杭径の比 $H/d$ 、地盤のボアソン比 $\nu$ 、地盤のせん断弾性定数 $G$ と杭の曲げ剛性 $EI$ との比に比例する無次元量 $\alpha$  ( $= \pi d^4 / 64EI$ ) のいろいろの値について、杭の上下端の拘束条件が群杭効果に与える影響を求めた。結果の一例を図-2, 3に示す。図は杭間隔と杭径との比 $l/d$ による群杭効果の変化の様子を表わしたものである。図において、例えば杭下端固定、杭頭ヒンケの場合をF-Hと略記した。F-Hの方がF-Fの場合よりも一般に群杭効果の値が大きいことがわかる。他の杭本数の場合についても同様である。

\* 小坪・高西：不規則な杭配置をもつ杭径の異なる群杭に対する横方向群杭効果の解析法、土木学会論文報告集 No. 277

