

岡山大学 工学部 正員 ○竹宮宏和
京都大学 工学部 正員 山田善一

1. まえがき

最近は、地理的条件から高橋脚橋が軟弱地盤上に架けた基礎とともに建設される傾向にある。かゝる構造物の地震時挙動の解明には、地盤-構造物系の動特性ならびに地盤振動の両者を考慮せねばならない。今回の報告は、前回に発表した一樣表層地盤解析を伝達マトリックス法を適用して多層地盤解析に拡張したものである。解析対象を図1 及び表1 に示す。

2. 定式化

単杭解析: 表層地盤内の杭の解析は、横振動と縦振動を独立させている。いま、基盤面において、地動変位が $U_g = U_g e^{i\omega t}$ のとき、それに対する運動方程式は

$$m_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial z^2} + P_p(z, t) + E_p I_p \frac{\partial^3 u_p}{\partial z^3} = -m_p \frac{\partial^2 U_g}{\partial z^2} \quad (1) \quad m_p \frac{\partial^2 w_p}{\partial z^2} + P_p(z, t) - E_p A_p \frac{\partial^3 w_p}{\partial z^3} = 0 \quad (2)$$

ここに u_p = 杭の水平変位、 w_p = 鉛直変位、 $E_p I_p$ = 曲げ剛性、 $E_p A_p$ = 細力剛性、 m_p = 単位長質量、 $P_p(z, t)$ と $P_p(z, t)$ は周辺地盤からの当該振動形態に対する反力をである。この算定には、 Tajimi²⁾, Novak & Nogami³⁾ らによる粘弾性波動論解法を採用し、多層地盤に拡張した。このとき J 層内において

$$P_p(z_j) = \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{hpj} (\alpha_{pj}^p - \alpha_{pj}^s) Z_p(z_j) \quad (3)$$

$$P_p(z_j) = \sum \alpha_{pj}^p Z_p(z_j) \quad (4) \quad \text{ただし } \alpha_{hpj} = (1 + iD_{sj}) \left(\frac{h_p}{V_{sj}} \right)^2 - \left(\frac{\omega}{V_{sj}} \right)^2$$

$$\alpha_{pj}^p = \pi f_0 \mu_j \frac{4K_1(s_0, \zeta_0) K_1(s_0, \zeta_0) + s_0, \zeta_0 K_1(s_0, \zeta_0) K_0(s_0, \zeta_0) + s_0, \zeta_0 K_0(s_0, \zeta_0) K_1(s_0, \zeta_0)}{8s_0 K_0(s_0, \zeta_0) K_1(s_0, \zeta_0) + s_0, \zeta_0 K_1(s_0, \zeta_0) K_0(s_0, \zeta_0) + s_0, s_0 K_0(s_0, \zeta_0) K_0(s_0, \zeta_0)} U_j, \quad \alpha_{pj}^s = 2\pi f_0 \mu_j (1 + D_{sj}) \frac{s_0 K_1(s_0, \zeta_0)}{K_0(s_0, \zeta_0)} U_j$$

$Z_p(z)$ = 層状地盤の λ 次固有振動モード形状、 h_p = その振動数、 α_{pj}^s = 地盤のせん断振動における λ 次モード参与率、 U_j = 杭と密着する地盤の $Z_p(z)$ で展開したときの係数、 μ_j = 地盤のせん断弾性係数、 s_0, ζ_0 = 粘弾性地盤の波動方程式をボテンシャル関数を使って変数分離したときの定数、 D_{sj} = 複数 Lamé 定数の比 λ_{sj}/μ_{sj} 、 $P_{sj} = D_{sj} / (2m_p \sqrt{\omega_{pj}})$ = 0 と仮定した。横振動については、式(3)を式(1)に代入し、調和振動解 U_p を基盤入力が無いときと、それを考慮したときの解の和で与える。

$$U_p(z_j) = U_p^0(z_j) + U_p^g(z_j) \quad (5)$$

そして

$$U_p^0(z_j) = C_1 \sin k_p z + C_2 \cosh k_p z + C_3 \sinh k_p z + C_4 \cosh k_p z - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\alpha_{hpj} U_p(z_j)}{E_p I_p \left(\frac{h_p}{V_{sj}} \right)^2 \omega_{pj}}, \quad U_p^g(z_j) = \sum \frac{\alpha_{hpj} \alpha_{pj}^s + \alpha_{pj}^s \omega_{pj}^2 m_p}{E_p I_p \left(\frac{h_p}{V_{sj}} \right)^2 - \omega_{pj}^2} Z_p(z_j) U_j \quad (6), (7)$$

$$\text{ただし } k_p = (\omega^2 m_p / E_p I_p)^{1/4}, \quad z = \sum H_i + z_j,$$

α_{pj}^s = 1 を $Z_p(z_j)$ で展開したときの係数。さて、式(5)より算出される変位(たわみ u_p 、たわみ角 θ_p) および断面力(曲げモーメント M_p 、せん断力 Q_p) のベクトル $\{U_p(z_j)\}_j$ を同一層内の上面と下面でみると

$$\{u_p(0)\}_j - \{u_p^g(0)\}_j = [\bar{T}]_j \{ \{U_p(H_j)\} - \{U_p^g(H_j)\} \} \quad (8)$$

なる関係がある。ここで $[\bar{T}]_j$ は伝達マトリックスを表わし、その要素は式(6)から求まる。杭の連続性を使って、式(8)を杭全長に適用していくと次式が得られる。

$$\{U_p(0)\}_j = [\bar{T}]^N \{U_p(H_N)\}_N + \sum_{j=1}^N [\bar{T}]^{j-1} (-[\bar{T}]_j \{U_p^g(H_j)\}_j + \{U_p^g(0)\}_j) \quad (9)$$

$$\text{ただし } [\bar{T}]^N = \prod_{j=1}^N [\bar{T}]_j \quad (10)$$

杭の縦振動についても、式(4)を式(2)に代入して $W_p(z_j) = C_1 \cos k_p z + C_2 \sin k_p z - \sum \frac{\alpha_{hpj} W_p(z_j)}{E_p A_p \left(\frac{h_p}{V_{sj}} \right)^2 \omega_{pj}^2 m_p}$

$$\text{より } \{W_p(0)\}_j = [\bar{T}]_j \{W_p(H_j)\}_j \text{ が得られ、その結果 } \{W(0)\} = [\bar{T}]^N \{W_p(H_N)\}_N \quad (11)$$

ここで $k_p = (\omega^2 m_p / E_p A_p)^{1/4}$ 、 W_p = 杭と密着している地盤変位を $Z_p(z)$ で展開したときの係数、 $\{W_p(z_j)\}_j$ = 式(10)で算出される変位(伸び W_p)と断面力(軸力 N_p)のベクトルである。

杭基礎構造解析: 群杭およびフーチングから成る下部構造の運動方程式は、フーチング重心で並進 U_F と回転 θ_F の 2 自由度系だとすると、 $[M]_F \{\ddot{U}\}_F + [C]_F \dot{U}_F + [K]_F U_F = \{F\}_F$

$$[M]_F = \text{質量マトリックス}、 [C]_F = \text{減衰マトリックス}、 [K]_F = \text{剛性マトリックス} \quad (12)$$

$[M]_F$ = 質量マトリックス、フーチング質量 M_F と重心に関する質量回転慣性の対角要素から成り、剛性

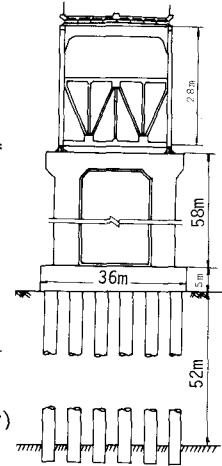


図1. 解析対象系

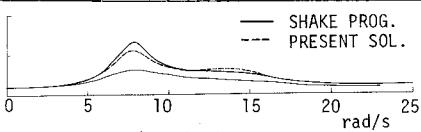
減衰マトリックスは $([K]_F + i\omega [C]_F) = \sum_{p=1}^{Pile} [\alpha]_p^T [K]_{pile}^* [\alpha]_p$ (13)
 と各单杭のインピーダンス $[K]_{pile}^*$ を総合して得られる。また外力項 $\{F\}_p$ は $\{F\}_F = [M]_F \{1\} \dot{u}_g + [\beta]^T \{R\} + [\alpha]^T \{f_F\}_s$ (14)

$[\alpha]_p$ は杭頭変形とフーナング重心変位を、 $[\beta]$ はフーナング天端変位とその重心変位を結ぶ変換マトリックス、 $\{R\}$ は天端断面カクトルである。 $[K]_{pile}^*$ と地盤振動に起因する $\{f_F\}_s$ は、式(9)、(11)より計算される。すなわち杭先端を固定状態と仮定すると、式(9)の式2項を $\{D\}$ として

$$\begin{pmatrix} Q_p(0) \\ M_p(0) \\ N_p(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{E_p I_p}{H^3} F_{xx} & \frac{E_p I_p}{H^2} F_{xz} & 0 \\ \frac{E_p I_p}{H^2} F_{xz} & \frac{E_p I_p}{H} F_{z0} & 0 \\ 0 & 0 & E_p A_p F_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_p(0) \\ D_p(0) \\ W_p(0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ 0 \end{pmatrix} \dot{U}_g + \frac{E_p I_p}{H^3} \begin{pmatrix} D_3 \\ D_4 \\ 0 \end{pmatrix} U_g = \frac{\sigma_s}{\rho_s} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

LAYER	H _j (m)	V _{s,j} (m/sec)	ρ _j (t/m ³)	D _j = 2c _j
1	2.5	84	2.05	0.332
2	5.7	56	2.05	0.608
3	4.0	172	1.85	0.154
4	2.6	205	2.05	0.210
5	3.3	253	1.90	0.134
6	6.3	184	1.90	0.168
7	7.0	269	2.10	0.202
8	9.2	315	2.20	0.188
9	6.0	326	1.90	0.138
10	7.0	484	1.90	0.110
BEDROCK		800	2.20	0.098
HALFSPACE				

図2. 地表面応答



全体系解析: 運動方程式正則的サブストラクチャ法から立てる。ピア一部(ゲダ部の質量を頂部に附加している)をFEMで多節点系に置換すると、 $[M]_{sup}\{\ddot{x}\}_{sup} + [C]_{sup}\{\dot{u}\}_{sup} + [K]_{sup}\{u\}_{sup} = \{0\}$ (16) ここに $[M]_{sup}$, $[C]_{sup}$, $[K]_{sup}$ はそれぞれ質量、減衰および剛性マトリックス、 $\{u\}_{sup}$ はフーナング天端に対する相対変位、 $\{\ddot{x}\}_{sup}$ は絶対変位で $\{\ddot{x}\}_{sup} = \{u\}_{sup} + [\gamma]\{u\}_F + [\gamma]\dot{u}_g$ (17)

そして $[\gamma]$ はフーナング変位のピア部へ寄与変換マトリックスである。式(12), (16)の連成振動は $[\beta]^T \{R\} = -[\gamma]^T [M]_{sup}\{\ddot{x}\}_{sup}$ (18) を用いて得られる。

3 解析結果

地盤振動解析に固有モード展開を採用したが、その精度を重複反射理論解と比較したのが図2である。使用モード数は最初の30である。本解析では、表層地盤内の波動伝播のみを扱っておりが、現実には表層から基盤への反射波の透過もあり、そのときは同図の細線となる。これは各層において $D=0.3$ の等価減衰となっている。実際の地震動を対象とする場合は、フーナ工解析を通して U_g に波動の地下透散を含めた基盤面の $U_g(w)$ を採用すればよい。図3は、杭基礎構造のみの応答倍率曲線、図4は全体系のそれである。同図には地盤反力の算定において平面歪解(地盤のせん断振動を考慮しない)を使用したときの結果も合わせて描いてある。応答を各断面で評価すると、下部構造部分は大きく地盤振動に支配されたりが、上部構造部分ではピア頂になるにつれて地盤-構造物系の振動が現れてくる。前回の一様地盤では、内部減衰が大きくなつて $D=0.4$ 程度だと、平面歪解は3次元解を充分に近似できただが、今回の地盤では、地盤-構造物系の卓越振動において3次元解の方がわずかであるが高く、地盤振動を多少厳密に反映されて出ている。

参考文献

- (1)竹宮・山田・野田: 地盤杭基礎 上部構造物の動的相互作用について、第33回土木学会年次学術講演会概要集 I-220, 1978
- (2) Tajimi, H.: Dynamic Analysis of a Structure Embedded in an Elastic Stratum, Procs. 4th WCEE, Vol.3, 1969, pp.53
- (3) Nogami, T. & Novak, M.: Soil-Pile Interaction in Vertical Vibration, Int. J. Earthq. Eng. & Struc. Dyn., Vol.4, 1976, pp.277-293
- (4) Novak, M. & Nogami, T.: Soil-Pile Interaction in Horizontal Vibration, Int. J. Earthq. Eng. & Struc. Dyn., Vol.5, 1977, pp.263-281
- (5) 土木学会高橋脚橋梁委員会: 高橋脚橋梁の耐震設計に関する調査研究報告書 昭和52年3月

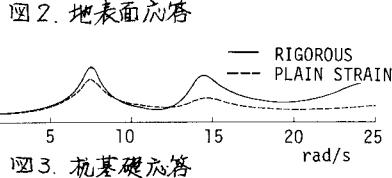


図3. 杭基礎応答

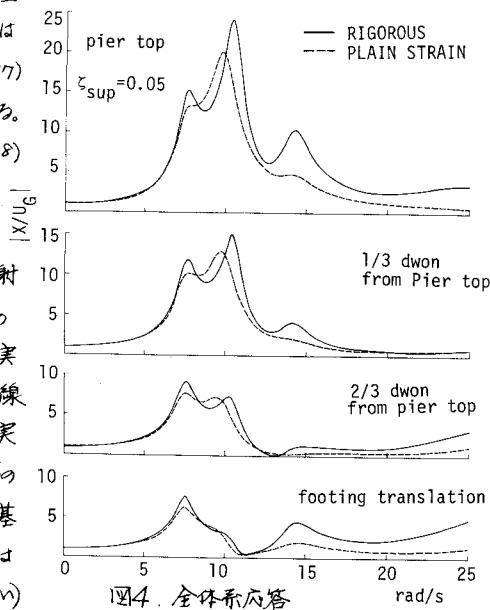


図4. 全体系応答