

1. まえがき

構造物の耐震性を検討する場合に重要な要因となる減衰特性を推定するために、これまで、時系列理論を用いて線形系を同定する手法に考察を加えてきた^{1,2)}。この解析では系に作用する外乱として白色雑音を仮定するので、常時微動や自然風などのように比較的定常でかつ周波数特性の偏平な入力に作用する場合以外、推定される系の特性には入力の特性が混入し、推定精度が著しく低下する。また耐震設計を行う場合に必要となる構造物の動特性は、常時微動のような計測し得る最小レベルの振幅におけるものではなく、強震時における振幅レベルを対象としたものでなければならない。強震時の地動は、強い非定常性と周波数特性を有しているから、強震時における構造物の応答観測結果を用い、系の動特性を決定するためには、構造物のみならず入力地動の特性をも同時に推定できる手法を組み立てなければならない。

2. 状態方程式の誘導と固有値解析

いま、図-1に示すように、地動加速度を $\ddot{x}(t)$ で表わし、線形構造系の応答加速度を $\ddot{z}(t)$ で表わすものとする。問題は、 $\ddot{z}(t)$ のみから構造系の伝達特性 $H_s(\omega)$ ならびに入力 $\ddot{x}(t)$ の特性を推定することに帰着される。 $\ddot{x}(t)$ が任意に与えられる場合には、 $\ddot{x}(t)$ の特性と $H_s(\omega)$ を同時に決定することは不可能であるが、 $\ddot{x}(t)$ と図-1に示したように、白色雑音 $E(t)$ を入力とする線形系の加速度応答とすれば、地盤系の伝達特性 $H_g(\omega)$ と構造系の伝達特性 $H_s(\omega)$ が $\ddot{z}(t)$ のみから推定できる。

いま、地盤系と構造系が次式で表わせるような線形系の方程式で表現できるものとする。

$$M_s \ddot{z} + C_s \dot{z} + K_s z = -M_s 1 S^T \ddot{x}, \quad M_g \ddot{x} + C_g \dot{x} + K_g x = E \quad \dots (1)$$

ここに、 M_s, C_s, K_s は各々構造物系の質量、粘性係数、剛性マトリクスを、 M_g, C_g, K_g は各々地盤系のそれを示している。また、 1 は単位ベクトルを、 S は入力選状ベクトルで $S^T \ddot{x}$ は地盤系の加速度応答ベクトルの重みつき平均となっている。

式(1)の状態方程式と観測方程式は次式で与えられる。

$$\dot{W}(t) = A W(t) + N(t) \quad (\text{状態方程式}) \quad \dots (2) \quad y(t) = h^T \ddot{z} \quad (\text{観測方程式}) \quad \dots (3)$$

ここに

$$W = \begin{Bmatrix} z \\ \dot{z} \\ x \\ \dot{x} \end{Bmatrix}, \quad N(t) = \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 S^T M_g^{-1} E \\ 0 \\ M_g^{-1} E \end{Bmatrix}, \quad h = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{Bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ -M_s^{-1} K_s & -M_s^{-1} C_s & 1 S^T M_g^{-1} K_g & 1 S^T M_g^{-1} C_g \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -M_g^{-1} K_g & -M_g^{-1} C_g \end{Bmatrix} \quad \dots (4)$$

いま、サンプリング時間間隔を T_s とし、時刻 $k T_s$ における $W(t)$ が W_k と与えられた場合、時刻 $(k+1) T_s$ における $W(t)$ の値を W_{k+1} とすれば、これは式(2)を積分することにより次式となる。

$$\left. \begin{aligned} W_{k+1} &= \Phi W_k + D N_k, \quad \Phi = \exp(A T_s) \\ D N_k &= \int_{k T_s}^{(k+1) T_s} \exp[A(k+1) T_s - \tau] N(\tau) d\tau \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

式(5)に現われるマトリクス Φ の固有値 λ が以下の解析で必要になるが、これは次式で求められる。

$$\det \left| (I \lambda^2 + M_g^{-1} C_g \lambda + M_g^{-1} K_g)(I \lambda^2 + M_s^{-1} C_s \lambda + M_s^{-1} K_s) \right| = 0 \quad \dots (6)$$

3. 線形系の同定

状態方程式(2)と観測方程式(3)で表現される線形系の出力 $y_k(t)$ と等時間間隔 T_s でサンプリングしたデータ列は、構造系の自由度を ℓ 、地盤系の自由度を m とし、 $n = \ell + m$ とあれば、 $(2n, 2n)$ 次の自己回帰・移動平均過程で次式のように表現できる。

$$y_k + \alpha_1 y_{k-1} + \dots + \alpha_{2n} y_{k-2n} = e_k + \beta_1 e_{k-1} + \dots + \beta_{2n} e_{k-2n} \quad \dots (7)$$

この過程の係数 α_i, β_i ($i=1, \dots, 2n$) は2段階最小自乗法³⁾により、観測値 y_k のみから推定できる。またこの係数 α_i と式(6)から求まる固有値 λ_i, λ_i^* (λ_i^* は λ_i の共役複素数)との間には次式が成立する。

$$\sum_{i=0}^{2n} \alpha_i \lambda^{2n-i} = \prod_{i=1}^{2n} (\lambda - \lambda_i)(\lambda - \lambda_i^*) \quad \alpha_0 = 1 \quad \dots (8)$$

一方、 λ_i と λ_i^* と系の固有振動数 ω_i ならびに減衰定数 $\bar{h}_i$ との間には次式の間係が成立している。

$$\lambda_i \lambda_i^* = \exp(-2\omega_i \bar{h}_i T_s) \quad \lambda_i + \lambda_i^* = \exp(-\omega_i \bar{h}_i T_s) \cos(\omega_i T_s \sqrt{1 - \bar{h}_i^2}) \quad \dots (9)$$

4. 数値解析例

0~25 Hz で一様なスペクトル強度を有する白色雑音を発生させこれを入力加速度とした1自由度系の応答加速度を構造系への入力と考え、1自由度の構造物を対象として計算機内で応答をシミュレートし、これを解析データとした。サンプリング時間間隔は0.02 secでデータ数は24000個である。表-1に推定された系の固有振動数と減衰定数が示されている。構造系、地盤系ともかなり良い推定値が得られることがわかる。一方、図-2に示されているパワースペクトルの推定値に対し、従来から行なわれている1/2法などを準用すれば減衰定数が推定できる。この場合、パワースペクトルのピーク点の振動数を f_0 とし、 f_2, f_1 を1/2ピーク点の値とし、 $\Delta f = f_2 - f_1$ とすれば、 $\bar{h}_0 = \frac{\Delta f}{2f_0} \sqrt{1 + \frac{\Delta f}{f_0} - \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)^2}$ で減衰定数が与えられる。図中の値を代入することにより、 $\bar{h}_0 = 10.3\%$ が求まるが、これは表-1の推定値の2倍程度になる。入力加速度が周波数特性を有する場合には、単純に1自由度系に準拠した解析だけでは構造物の動特性が抽出されないことを意味しており、ここに提案した手法の有効性が示された。

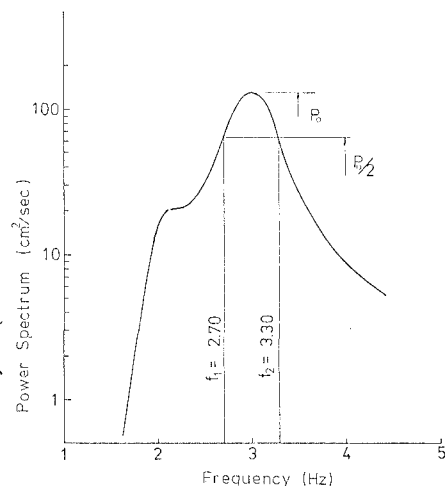


図-2 パワースペクトルの推定値

表-1 動特性の推定値

	地盤系		構造系	
	f_g (Hz)	$\bar{h}_g$ (%)	f_s (Hz)	$\bar{h}_s$ (%)
Exact Value	2.0	10.0	3.0	5.0
Estimated Value	2.21	13.5	3.01	5.1

参考文献

1) 土岐・佐藤・生木：京大防災研年報 21B-2, 1978.

2) 土岐・佐藤：第5回日本地震工学シンポジウム論文集, 1978.

3) Gersh W and RS-Z Liu: Jour. Appl. Mech. 1976.