

金沢大学 学 横山 弘義
金沢大学 正 吉田 博

1. まえがき これまで、はりの横座屈強度に関する研究は数多く成され、多くの研究成果が発表されて、実際の設計にとり入れられている。従来の研究のほとんどは、はりの座屈直前のたわみの影響を無視した理論によっている。最近、はりの座屈直前のたわみの影響が断面によっては無視できない場合があることが指摘されるようになったので、本研究では、たわみの影響を考慮した場合の従来の研究結果の適応性について検討を行う。

2. 理論解析 曲げモーメント M_x 、軸方向力 P を受ける面内変位を考慮したはりの連立1階常微分方程式は式(2.1)にて与えられる。

$$\frac{d}{dz} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ \phi \\ P \\ S \\ M_y \\ M_x \\ M_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_x/EI_x & 0 & 0 & -1/EI_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/EI_w \\ 0 & 0 & M_x P/EI_x & 2(EI_x - EI_y)/EI_x \cdot M'_x & 0 & -P/EI_y & 0 & -(EI_x - EI_y)/EI_x \cdot M'_x + P\phi_s/EI_w \\ 0 & 0 & EI_y/EI_x \cdot M'_x & EI_y/EI_x \cdot M_x & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -M'_x \beta_x & 0 & -(EI_x - EI_y)/EI_x \cdot M_x + P\phi_s/EI_y & 0 & M_x \beta_x/EI_w \\ 0 & 0 & 0 & -(GK_T - P\bar{r}_0^2) & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \theta \\ \phi \\ P \\ S \\ M_y \\ M_x \\ M_w \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

式(2.1)をRunge-Kuttaの方法で数値積分を行い、伝達マトリックス法の格間伝達マトリックスを得ることができる。数値計算は伝達マトリックス法により行う。

3. 計算結果および考察 座屈直前の面内変位の影響を考慮しない場合、軸方向力が作用せず、両端で等曲げを受けるスパン長 l のはりの横倒れ座屈モーメントは次式で一般に与えられる。

$$M_{ocr} = \pi^2 / k_y l^2 \sqrt{EI_y GK_T (1 + \pi^2 EI_w / GK_T (k_x l)^2)} \quad (3.1)$$

ここに、 k_y および k_x ははりの両端の境界条件によって定まる有効長さ係数であり、両端が横変位およびねじりに対して単純支持の場合は $k_y = 1.0$ 、 $k_x = 1.0$ であり、両端で横変位に対して単純支持ねじりに対して固定の場合は $k_y = 0.883$ 、 $k_x = 0.492$ である。その他の境界条件に対する k_y および k_x の値は表-1に付記してある。また座屈直前の面内変位を考慮した場合、両端で横変位およびねじりに対して単純支持された等曲げを受けるはりの横倒れ座屈モーメントは次式で与えられることが示されている。

$$M_{ocr} = \pi^2 / l^2 \sqrt{EI_w / EI_x - EI_y \cdot EI_y GK_T (1 + \pi^2 EI_w / GK_T l^2)} \quad (3.2)$$

ここに、 EI_x はH形断面の強軸まわりの曲げ剛

性である。ここでさらに、両端での各種境界条件に対する面内変位を考慮した座屈モーメントを、前記の k_y および k_x を用いて式(3.1)および(3.2)と類似の形

$$M_{ocr} = \pi^2 / k_y l^2 \sqrt{EI_x / EI_x - EI_y \cdot EI_y GK_T (1 + \pi^2 EI_w / GK_T l^2)} \quad (3.3)$$

で表わされるものとし、 k_y および k_x は面内変位を考慮しない場合と同様の値を用いることとする。

ここで、両端で等曲げを受ける場合に両端で

表-1 境界条件と換算係数 k との関係(等曲げ)

No.	境界条件	k_y	k_x	面内変位考慮				面内変位無視			
				l/r_y				l/r_y			
				50	100	150	200	50	100	150	200
1	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.904	0.693	0.978	0.976	0.971	0.965	0.978	0.976	0.971	0.965
3	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.626	1.000	0.804	0.802	0.799	0.797	0.972	0.959	0.944	0.933
4	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.693	0.693	0.885	0.886	0.886	0.886	0.984	0.987	0.988	0.989
5	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.883	0.492	0.985	0.986	0.982	0.978	0.985	0.984	0.981	0.977
6	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.492	0.492	0.743	0.743	0.743	0.743	0.971	0.974	0.977	0.979
7	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.492	0.492	0.743	0.743	0.743	0.743	0.971	0.974	0.977	0.979
8	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.434	0.200	0.635	0.634	0.633	0.633	0.980	0.969	0.955	0.941
9	$u=u'=0, \phi=\phi'=0$	0.600	0.492	0.65	0.696	0.735	0.760	0.831	0.874	0.905	0.920

の各種境界条件に対して、有限変位理論による面内変位を考慮した横倒れ座屈モーメントと式(3.3)によって求められる座屈モーメントとの比 α (換算係数)を表-1に示している。ここに、断面は座屈直前の面内変位の影響が特に大きいW8×31を用いている。

また面内変位を考慮しない場合の値も示してあるがこの場合式(3.3)の代りに式(3.1)との比 α としている。面内変位を考慮しない場合の α の値は各種境界条件に対してほぼ1.0に等しいが、面内変位を考慮した場合は境界条件によっては1.0よりかなり小さな値を示すものがある。

表-2は、両端で荷重およびねじりに対して単純支持のほりについて、両端の曲げモーメント比 ρ と換算係数 α との関係を表わしたものである。断面は、W8×31およびW12×36の2種類または弱軸まわりの細長比 $\lambda_y=50$ から300までの5種類について示してある。これらの値を、縦軸に α 、横軸に ρ をとって表わしたのが図-1である。これは座屈直前の面内変位を考慮した場合も考慮しない場合も全く等しいものとなる。ここに同時に、Salvadori, MassonnetおよびAustinによる換算係数 α も示してある。これらと比較すると $0.0 \leq \rho \leq 1.0$ の範囲では α は7-10%程度小さな値となり、 $-1.0 < \rho < 0.0$ の範囲ではやや大きな値となり、 $\rho=1.0$ 付近ではほぼ等しい値となっている。

表-3は、種々の荷重状態の場合について有限変位理論によって求めた換算係数 α を、2種類の断面およびそれぞれ4種類の細長比に対して表わしたものである。それぞれの場合に対して、面内変位を考慮したものと面内変位を無視したものとを比較して示してある。これによると、面内変位を考慮した場合も考慮しない場合もほぼ等しい値となっていることがわかる。またこれらの値は、Vlasov, Timoshenko および Gere 等の求めた値とよく一致している。

4. 結 論 有限変位理論によつて座屈直前の面内変位を考慮する場合と面内変位を考慮しない場合とを、種々の境界条件および荷重状態に対する横倒れ座屈モーメントについて考察してきたが、境界条件が両端単純支持のほりであれば、面内変位を考慮しない場合と同様の取扱いができるといえる。

表-2 曲げモーメント比 ρ と換算係数 α

[W8×31]

λ_y	ρ	-1.0	-0.75	-0.5	-0.25	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0
50		0.407	0.430	0.459	0.495	0.541	0.602	0.685	0.807	1.000
100		0.413	0.436	0.464	0.500	0.545	0.605	0.687	0.807	1.000
150		0.419	0.442	0.470	0.505	0.549	0.608	0.689	0.808	1.000
200		0.424	0.447	0.475	0.509	0.553	0.611	0.691	0.809	1.000
300		0.431	0.453	0.481	0.515	0.558	0.615	0.694	0.810	1.000

[W12×36]

λ_y	ρ	-1.0	-0.75	-0.5	-0.25	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0
50		0.405	0.429	0.457	0.494	0.540	0.601	0.684	0.806	1.000
100		0.409	0.433	0.46	0.497	0.543	0.603	0.686	0.807	1.000
150		0.414	0.437	0.466	0.50	0.546	0.606	0.688	0.808	1.000
200		0.419	0.442	0.470	0.505	0.550	0.608	0.689	0.808	1.000
300		0.426	0.449	0.477	0.51	0.555	0.612	0.692	0.809	1.000

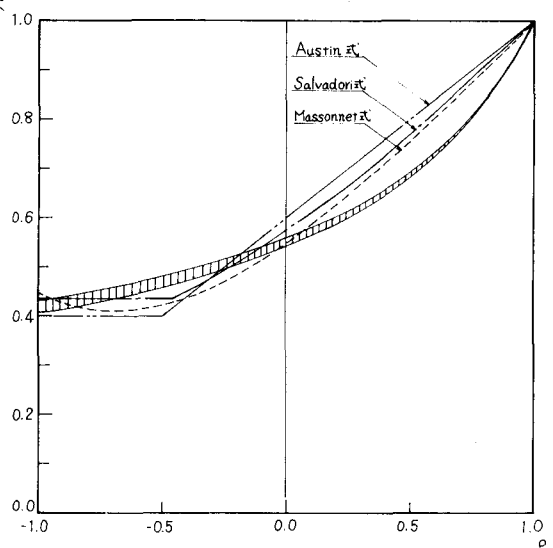


図-1 曲げモーメント比 ρ と換算係数 α との関係

表-3 荷重状態と換算係数 α $\alpha = \frac{M_{cr}}{M_{ey}}$

荷重状態	面内変位	W 8 × 31				W12 × 36			
		λ_y				λ_y			
		50	100	150	200	50	100	150	200
1	考慮	1.003	1.001	1.001	1.001	1.003	1.001	1.001	1.001
	無視	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	考慮	1.133	1.133	1.132	1.132	1.133	1.132	1.132	1.131
	無視	1.132	1.131	1.131	1.130	1.132	1.132	1.131	1.131
3	考慮	1.369	1.367	1.365	1.364	1.368	1.365	1.363	1.362
	無視	1.364	1.362	1.360	1.358	1.364	1.363	1.362	1.360
4	考慮	1.043	1.042	1.042	1.042	1.042	1.041	1.041	1.040
	無視	1.040	1.040	1.039	1.039	1.040	1.040	1.039	1.039
5	考慮	1.484	1.476	1.469	1.464	1.484	1.477	1.471	1.465
	無視	1.479	1.471	1.464	1.458	1.480	1.475	1.469	1.463