

九州大学工学部 正員 大塚久哲
九州大学工学部 正員 吉村虎蔵
三菱重工業(株) 正員 片桐文夫

1. まえがき 並列工桁曲線橋は、近年数多く架設されているが、これの安全かつ合理的な設計には、その主要構成部材である曲線工桁の弾塑性座屈挙動の正しい把握が必要であろう。曲線工桁の座屈に関する既往の研究は、いずれも薄肉曲線ばりとしての基礎方程式を誘導しているようである。本研究では、断面変形を考慮できる有限帯板法を用いた曲線工桁の弾塑性座屈解析法を提示し、あわせて数値解析を行い、(1)曲線工桁の横倒れ座屈と曲げによる局部座屈の出現に関する種々のパラメータの影響、(2)残留応力・中心角およびフランジの初期曲率によって生じる付加応力の座屈強度に及ぼす影響、(3)工桁フランジの局部座屈強度と扇形板の座屈強度の関係などについて考察する。

2. 解析理論

(1) 解析上の仮定 i) フランジ・ウェブは共に等方性で初期不整がない。ii) フランジ・ウェブには溶接による残留応力が存在し、その応力分布は板の長さ方向に一様である。iii) 載荷前は単純支持されている。iv) 材料は完全弾塑性体とし、ひずみ硬化は考えない。v) 座屈時にはひずみの反転は起こらないものとし、塑性域ではBijlaardの塑性変形理論¹⁾を用いる。vi) 変位関数は、扇形板要素および円錐殻要素に対して、それぞれ面内2方向の変位 u , v と面外変位 w を定義する。²⁾

(2) 塑性域の応力—ひずみ関係 Bijlaardの塑性変形理論¹⁾を座屈標準系に拡張して、塑性域における応力—ひずみ曲線を次のように定義する。

$$\begin{Bmatrix} \Delta \sigma_r \\ \Delta \sigma_\theta \\ \Delta \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = E \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_r \\ \Delta \varepsilon_\theta \\ \Delta \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad \text{--- (1)}$$

ここに、 Δ は応力とひずみの増分を示し、
 $k_1 \sim k_4$ は次式の内容を持つ。

$k_1 = \{1 + 3(E_s/E_s)\}/A$, $k_2 = \{2 - 2(1-2\nu)(E_s/E)\}/A$, $k_3 = 4/A$, $k_4 = 1/(2+2\nu+3e)$, $A = (5-4\nu+3e) - (1-2\nu)(E_s/E)$, $e = E/E_s - 1$, E = 弾性時の弾性係数, E_s = 接線弾性係数, E_s = 割線勾配。塑性域では $E_s = E_k = E$, $e = 0$ とおく。塑性域では $E_k = 0$ として塑性ひずみを与え、その時の e を用いて、 $k_1 \sim k_4$ を計算する。

(3) 剛性行列・幾何剛性行列の誘導

(a) 扇形帯板要素 式(1)を用いれば曲げ要素および平面応力要素の断面力と曲率・ひずみの関係は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} M_r \\ M_\theta \\ M_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_r \\ \chi_\theta \\ \chi_{r\theta} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} N_r \\ N_\theta \\ N_{r\theta} \end{Bmatrix} = Et \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{Bmatrix} \quad (2,3)$$

このとき扇形帯板要素の座屈変形にともなうポテンシャルエネルギー Π は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} \int_0^{\theta_0} \int_{r_i}^{r_o} (M_r \chi_r + M_\theta \chi_\theta + M_{r\theta} \chi_{r\theta}) r dr d\theta \\ & + \frac{1}{2} \int_0^{\theta_0} \int_{r_i}^{r_o} (N_r \varepsilon_r + N_\theta \varepsilon_\theta + N_{r\theta} \gamma_{r\theta}) r dr d\theta \\ & - \frac{1}{2} \int_0^{\theta_0} \int_{r_i}^{r_o} \sigma_\theta(r) \left[\left\{ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial \theta} - v \right) \right\}^2 + \left\{ \frac{1}{r} \left(u + \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) \right\}^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial r} \right)^2 \right] r dr d\theta \quad \text{--- (4)} \end{aligned}$$

上式の第1, 2項は面外および面内変形に対する板要素のひずみエネルギー、第3項は座屈直前に作用している残留応力を含めた2軸方向圧縮応力のポテンシャルエネルギーである。式(4)にポテンシャルエネルギー停留の原理を用いれば、扇形帯板要素の座屈問題の基本式となる。

(b) 円錐殻要素 円錐殻要素の断面力とひずみの関係式に前項同様Bijlaardの塑性変形理論を応用すれば、円錐

設置要素の座層変形にも同様にテンソルエネルギー T_2 は式(5)のように書きあらわされる。

$$T_2 = \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ N_s^T \{ \epsilon_s \} r d\phi dz - \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ \sigma_z(\phi) \left[\left(-\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \sin \phi \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{1}{r} \sin \phi + \frac{\cos \phi}{r} w \right)^2 + \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\cos \phi}{r} v \right)^2 \right] r d\phi dz \right. \right. \\ \left. \left. \text{ここに, } \{ N_s \} = [D_s] \{ \epsilon_s \}, \{ N_s \} = \{ N_x N_\phi N_{x\phi} M_x M_\phi M_{x\phi} \}^T, \right. \right. \\ \left. \left. \{ \epsilon_s \} = \{ \epsilon_z \epsilon_\phi \gamma_{z\phi} \chi_z \chi_\phi \chi_{z\phi} \}^T \right. \right. \\ \left. \left. [D_s] = \frac{E t^3}{12} \begin{bmatrix} [K] & 0 \\ 0 & [K_\phi] \end{bmatrix}, [K] = \frac{12}{t^2} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix}, [K_\phi] = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_2 & k_3 & 0 \\ 0 & 0 & k_4 \end{bmatrix} \right. \right. \\ \left. \left. \text{式(5)にテンソルエネルギー一停留の原理を用いれば, 円錐設置要素の座層問題の基本式となる。} \right. \right. \\ \left. \left. (C), (A), (b) \text{で求めた各要素の基本式を構造全体にわたって組立てれば, 所要の固有方程式となる。} \right. \right. \\ \left. \left. \text{3. 曲線工桁の弾塑性座層強度} \right. \right. \\ \left. \left. (1) \text{ 解析モデル} \right. \right. \text{解析の対象とする曲線工桁を図-1に, 初期応力と残留応力との仮定を図-2に示す。} \\ \left. \left. (2) \text{ 局部座層と全体座層(横倒れ座層)の関連} \right. \right. \text{モデルA, Bについて曲げによる局部座層と全体座層出現} \\ \text{の様子を } \sigma_{cr} = 0, 0.3\sigma_y, 0.5\sigma_y \text{ の3通りに対して求めれば図3, 4となる。} \frac{1}{b_0} \text{の値が小さいところでは圧縮側フ} \\ \text{ランジあるいはウェブで局部座層が生じ, } \frac{1}{b_0} \text{の値が大きいところでは桁全体としての横倒れ座層が生じる。横} \\ \text{倒れ座層が現われる } \frac{1}{b_0} \text{の値は, 残留応力と座層応力の大きさに依存するが, 例えば } \epsilon_{cr} = 0.9\epsilon_y, \sigma_{cr} = 0.3\sigma_y \text{ の} \\ \text{モデルBでは } \frac{1}{b_0} \text{が3より小さいところではウェブの局部座層が生じ, それより長ければ横倒れ座層が現われる。} \\ \left. \left. (3) \text{ 全体構造および部分構造によるフランジの局部座層} \right. \right. \text{図5はモデルAの圧縮側フランジ局部座層と, フ} \\ \text{ランジとウェブ接合線から切り離した部分構造すなわち扇形板の局部座層について座層係数 } k \text{と比較したもので} \\ \text{ある。これからモデルAの座層強度は片側単純支持の扇形板の座層強度よりも大きいが, 片側固定の扇形板の座} \\ \text{層強度よりかはり小さいことが知られる。} \\ \left. \left. (4) \text{ 付加応力の影響} \right. \right. \text{付加応力 } \sigma_w \text{ と曲げ応力 } \sigma_b \text{ の比を } 0, 0.5, 1 \text{ の3通りに変化させてモデルBの座層係数} \\ \text{を求めれば図6となる。これより } \frac{\sigma_w}{\sigma_b} \text{の値が大きくなれば座層係数は減少することになる。} \\ \left. \left. \text{図1 構造モデル} \right. \right. \text{図2 初期応力と残留応力} \\ \left. \left. \text{図3 局部座層と全体座層(モデルA)} \right. \right. \text{図4 局部座層と全体座層(モデルB)} \\ \left. \left. \text{図5 フランジ局部座層と扇形板の座層} \right. \right. \text{図6 フランジ局部座層に及ぼす付加応力の影響}$$

3. 曲線工桁の弾塑性座層強度

- (1) 解析モデル 解析の対象とする曲線工桁を図-1に, 初期応力と残留応力との仮定を図-2に示す。
- (2) 局部座層と全体座層(横倒れ座層)の関連 モデルA, Bについて曲げによる局部座層と全体座層出現の様子を $\sigma_{cr} = 0, 0.3\sigma_y, 0.5\sigma_y$ の3通りに対して求めれば図3, 4となる。 $\frac{1}{b_0}$ の値が小さいところでは圧縮側フランジあるいはウェブで局部座層が生じ, $\frac{1}{b_0}$ の値が大きいところでは桁全体としての横倒れ座層が生じる。横倒れ座層が現われる $\frac{1}{b_0}$ の値は, 残留応力と座層応力の大きさに依存するが, 例えば $\epsilon_{cr} = 0.9\epsilon_y, \sigma_{cr} = 0.3\sigma_y$ のモデルBでは $\frac{1}{b_0}$ が3より小さいところではウェブの局部座層が生じ, それより長ければ横倒れ座層が現われる。
- (3) 全体構造および部分構造によるフランジの局部座層 図5はモデルAの圧縮側フランジ局部座層と, フランジとウェブ接合線から切り離した部分構造すなわち扇形板の局部座層について座層係数 k と比較したものである。これからモデルAの座層強度は片側単純支持の扇形板の座層強度よりも大きいが, 片側固定の扇形板の座層強度よりかはり小さいことが知られる。
- (4) 付加応力の影響 付加応力 σ_w と曲げ応力 σ_b の比を 0, 0.5, 1 の3通りに変化させてモデルBの座層係数を求めれば図6となる。これより $\frac{\sigma_w}{\sigma_b}$ の値が大きくなれば座層係数は減少することになる。

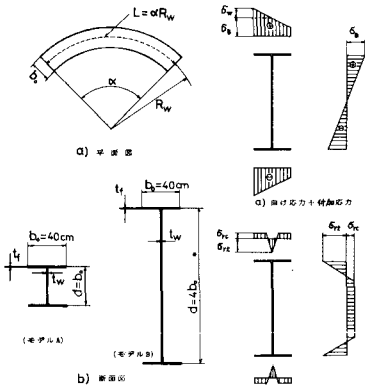


図1 構造モデル

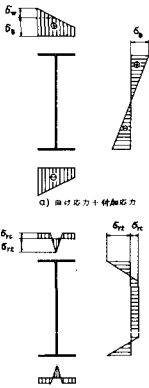


図2 初期応力と残留応力

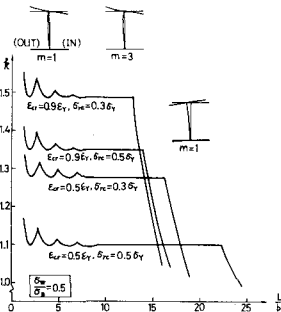


図3 局部座層と全体座層(モデルA)

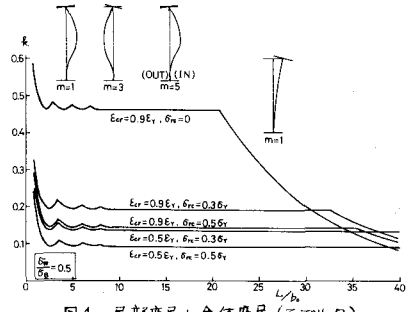


図4 局部座層と全体座層(モデルB)

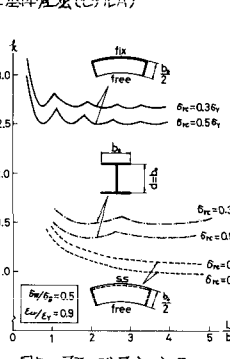


図5 フランジ局部座層と扇形板の座層

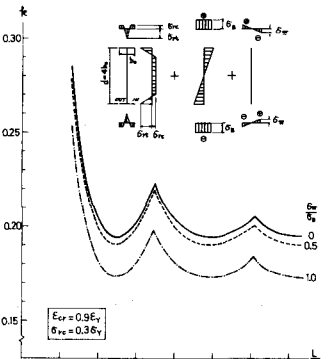


図6 フランジ局部座層に及ぼす付加応力の影響

参考文献

- 1) P.P.Bijlaard: Some Contribution to the Theory of Elastic and Plastic Stability, Publications IABSE, Vol. 8, 1947年
- 2) Y.K.Cheung: Analysis of Curved Box Girder Bridge by Finite Strip Method, Publications IABSE, 31-I, 1971年
- 3) 吉田博: H型鋼柱の局部座層と曲げ座層の連成座層強度, 土木学会 論文報告集, 243号, 1975年1月
- 4) 小堀島雄雄, 吉田博: 鋼構造設計理論, 森北出版, 1977年12月